

令和8年度神戸大学大学院経済学研究科

博士課程前期課程入学試験問題

経済理論

注意：全4問に日本語または英語で解答しなさい。解答用紙は全部で4枚ある。第1問～第2問は最初の2枚に解答しなさい。第3問は3枚目に解答し、第4問は4枚目に解答しなさい。

第1問 生産者理論に関する以下のすべての問いに答えなさい。

- (1) 2種類の生産要素を投入し、1種類の財を生産する企業を考える。生産関数は $f(x_1, x_2)$ で表す。ただし $x_i \geq 0$ は生産要素 $i = 1, 2$ の投入量である。生産要素の価格は、生産要素1については2、生産要素2については3である。以下のそれぞれの場合について、20単位の生産物を作るために必要な費用の最小値を求めなさい。

(1a) $f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$ (20点)

(1b) $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$ (10点)

- (2) 前問と同様の企業を考えるが、生産関数は $f(x_1, x_2) = (x_1^a + x_2^a)^b$ である。ただし a と b は正の実数である。

(2a) 生産関数が規模に関して収穫逓増になる a と b の条件を求めなさい。(10点)

(2b) 技術的限界代替率逓減の法則が成り立つ a と b の条件を求めなさい。(15点)

- (3) 1種類の財を生産し、完全競争市場に供給する企業を考える。費用関数は

$$c(y) = 2y^3 - 5y^2 + 7y + 8$$

である。ただし $y \geq 0$ は生産量である。

(3a) 生産物価格が9の場合の企業にとっての最適生産量を求めなさい。(15点)

(3b) 最適生産量が正になる生産物価格の最小値を求めなさい。(15点)

第2問 複占におけるクールノー競争を考える。生産物市場の需要関数は $D(p) = 2 - 3p$ である。ただし p は価格である。各企業の費用関数は、企業1については $c(y_1) = \frac{1}{4}y_1^2$ 、企業2については $c(y_2) = y_2^2$ である。ただし $y_i \geq 0$ は企業 i の生産量である。ナッシュ均衡における各企業の生産量を求めなさい。(15点)

第3問 第1期と第2期の2期間を通じた効用を最大化するような代表的個人を考え、以下のような効用関数を仮定する。

$$U = u(c_1) - v(n_1) + \beta u(c_2)$$

c_1, c_2 は第1期, 第2期の消費, n_1 は第1期の労働供給, $\beta \in (0,1)$ は割引因子である。 $u(\cdot)$ は消費による効用を表し, 2回連続微分可能かつ $u(0) = 0, u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0$ を満たす。 $v(\cdot)$ は労働による効用を表し, 2回連続微分可能かつ $v(0) = 0, v'(\cdot) > 0, v''(\cdot) > 0$ を満たす。

消費の価格は第1期, 第2期ともに1とし, 労働の賃金は $w > 0$ とする。この個人は第1期のみ労働し, 第2期は第1期の貯蓄 $s \geq 0$ によって消費を賄う。借り入れはないものと仮定する。

- (1) 個人の最適化問題を記述しなさい(予算制約式を含めて明示的に書くこと)。(10点)
- (2) 異時点間の最適条件(intertemporal optimality condition)と同時点の最適条件(intratemporal optimality condition)を求めなさい。その際, 途中の導出も明記すること。また, それぞれの最適条件について, 経済学的な意味を説明しなさい(導出された数式の意味を文章で説明すること)。(30点)
- (3) 次のような2つの課税制度について考える。

・定率税: 賃金に対して税率 $\tau \in (0,1)$ が課され, 課税後の賃金が $(1 - \tau)w$ となる

・定額税: 賃金にかかわらず, 1期目に $T > 0$ だけ課税される

それぞれの課税制度が消費行動, および労働供給にどのような影響を与えるか, (2)で求めた2つの最適条件を用いながら, 経済学的に説明しなさい。(20点)

第4問 恒常所得仮説と消費行動について考える。

- (1) 恒常所得仮説とはどういった考え方で, この考え方に基づいた場合にどのような消費行動をとるか, 簡潔に説明しなさい。(20点)
- (2) 次のような消費行動をとる個人を考える。

t 期に, $t + 1$ 期から恒常的に所得が増加するというアナウンスがあり, このアナウンスを受けて, ある個人は以下のように消費を変化させた。

・アナウンス時点(t 期)に, 消費を c_1 から c_2 に引き上げた

・実際に所得が増加した $t + 1$ 期に, さらに消費を c_2 から c_3 に引き上げ, 以降は c_3 を維持した

このような消費行動は、恒常所得仮説に従っていると言えるか。

- ・従っていると考えられる場合は、その理由を具体的に説明しなさい。
- ・従っていないと考えられる場合は、恒常所得仮説に基づく本来の予測行動を述べなさい。(20点)

令和 8 年度神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

Economic Theory

Instructions: Answer all four questions in Japanese or English. There are four answer sheets in total. Use the first two sheets for Questions 1–2; answer Question 3 on the third sheet and Question 4 on the fourth sheet.

1. Answer all of the following questions on producer theory.

- (1) Consider a firm that produces a single good using two types of inputs. The production function is denoted by $f(x_1, x_2)$, where $x_i \geq 0$ is the quantity of input $i = 1, 2$. The prices of the inputs are 2 for input 1 and 3 for input 2. For each of the following cases, calculate the minimum cost required to produce 20 units of output.

(1a) $f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}$ (20 points)

(1b) $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$ (10 points)

- (2) Consider the same firm as in the previous question, but suppose that the production function is $f(x_1, x_2) = (x_1^a + x_2^a)^b$, where a and b are positive real numbers.

(2a) Find the conditions on a and b under which the production function exhibits increasing returns to scale. (10 points)

(2b) Find the conditions on a and b under which the law of diminishing marginal rate of technical substitution holds. (15 points)

- (3) Consider a firm that produces a single good and supplies it to a perfectly competitive market. The cost function is given by

$$c(y) = 2y^3 - 5y^2 + 7y + 8,$$

where $y \geq 0$ denotes the quantity of output.

(3a) Calculate the optimal output for the firm when the output price is 9. (15 points)

(3b) Calculate the minimum output price at which the optimal output is positive. (15 points)

2. Consider Cournot competition in a duopoly. The demand function in the product market is $D(p) = 2 - 3p$, where p is the price. The cost function of firm 1 is $c(y_1) = \frac{1}{4}y_1^2$, and that of firm 2 is $c(y_2) = y_2^2$, where $y_i \geq 0$ denotes the output of firm i . Calculate the output of each firm in the Nash equilibrium. (15 points)

3. Consider a representative agent who maximizes utility over two periods. The utility function is given by

$$U = u(c_1) - v(n_1) + \beta u(c_2)$$

where c_1 and c_2 denote consumption in periods 1 and 2, respectively, and n_1 represents labor supply in period 1. $\beta \in (0,1)$ is the discount factor. The function $u(\cdot)$ represents utility from consumption and is twice continuously differentiable with $u(0) = 0$, $u'(\cdot) > 0$, and $u''(\cdot) < 0$. The function $v(\cdot)$ represents utility of labor and is twice continuously differentiable with $v(0) = 0$, $v'(\cdot) > 0$, and $v''(\cdot) > 0$.

Normalize the price of consumption to 1 in both periods. The real wage is $w > 0$, and the agent works only in period 1. The agent finances consumption in period 2 with savings $s \geq 0$ carried over from period 1. Borrowing is not allowed.

- (1) Write down the optimization problem of the agent, explicitly including the budget constraints. (10 points)
- (2) Derive the intertemporal optimality condition and the intratemporal optimality condition, and show the steps you took to derive them. Then explain the economic intuition behind each condition. (30 points)
- (3) Consider the following two tax schemes.

• Proportional tax : A tax at a rate of $\tau \in (0,1)$ is levied on labor income, and the after-tax wage is $(1 - \tau)w$.

• Lump-sum tax : A tax of an amount $T > 0$ is levied in period 1, independent of income.

Provide an economic explanation of how each tax affects consumption behavior and labor supply by using the two optimality conditions obtained in (2). (20 points)

4. Consider the Permanent Income Hypothesis in relation to consumption behavior.

- (1) Briefly explain the Permanent Income Hypothesis and describe the consumption behavior it implies. (20 points)
- (2) Consider an individual with the following consumption behavior.

At date t , it is announced that income will permanently increase starting from period $t + 1$. In response to this announcement, an individual adjusts consumption as follows:

- At the announcement date t , consumption rises from c_1 to c_2 .
- When income actually increases at $t + 1$, consumption rises further

from c_2 to c_3 , and then remains at c_3 thereafter.

Is this behavior consistent with the Permanent Income Hypothesis?

- If you think it is consistent, explain precisely why.
- If you think it is not consistent, state the behavior that the Permanent Income Hypothesis would predict in this scenario. (20 points)

令和8年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

統計学

- 第1問～第3問のすべてに日本語か英語で答えなさい。
- 各問の解答は、それぞれ別の解答用紙に記入しなさい。
- 本研究科で貸与する電卓のみ使用を認めます。
- 必要に応じて、添付の統計分布表を利用しなさい。

第1問 確率変数 X の確率密度関数を

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & (0 < x < 1) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

確率変数 Y の条件付き確率密度関数を

$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (0 < y < x) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) X の平均と分散を求めなさい。(15点)
- (2) X, Y の同時確率密度関数を求めなさい。(15点)
- (3) Y の周辺確率密度関数及び分布関数を求めなさい。(15点)
- (4) Y の中央値を求めなさい。(15点)

第2問 確率変数 X は

$$P(X = k) = r^{k-1}(1-r), \quad k = 1, 2, \dots$$

に従う。ただし $0 \leq r < 1$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) X の平均 μ と分散 σ^2 を求めなさい。なお、必要に応じて以下の結果を用いても良い。(20点)
 - $\sum_{k=1}^{\infty} kr^{k-1} = \frac{1}{(1-r)^2}$
 - $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 r^{k-1} = \frac{1+r}{(1-r)^3}$
- (2) 無作為標本 X_1, \dots, X_n に対して、 r の最尤推定量 \hat{r} を求めなさい。(20点)
- (3) いま、 $n = 320$ で $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 5.45$ が与えられたものとする。この n は十分大きいものとし、中心極限定理により \bar{X} の分布を $N(\mu, \sigma^2/n)$ で近似して、帰無仮説 $H_0: \mu = 5$ に対して有意水準 0.05 で両側検定を行いなさい。ここで σ は(1)の結果を帰無仮説の下で評価して得られる値を用いること。(20点)

第3問 次の線形回帰モデルを考える。

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ただし, x_i は非確率の説明変数であり, u_i は誤差項で次の性質を満たしているとする。

$$E[u_i] = 0, \quad E[u_i^2] = \sigma^2 > 0, \quad i \neq j \text{ の時 } E[u_i u_j] = 0$$

β の推定量として

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n w_i y_i$$

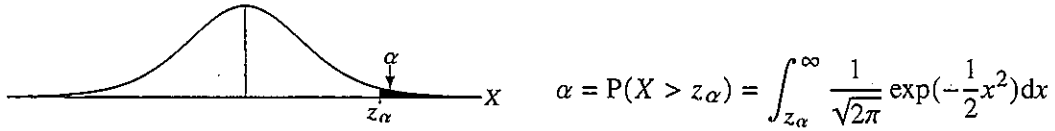
を考える。ただし

$$w_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

である。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\sum_{i=1}^n w_i$ および $\sum_{i=1}^n w_i x_i$ の値を求めなさい。(20点)
- (2) $\hat{\beta}$ の分散を求めなさい。なお, 解答は w_i に依存する形式で表記して良い。(20点)
- (3) 非確率変数 d_i ($i = 1, 2, \dots, n$) を用いて β の推定量を $\tilde{\beta} = \sum_{i=1}^n (w_i + d_i) y_i$ で定義する。 $\tilde{\beta}$ が不偏推定量となるような $\sum_{i=1}^n d_i$ および $\sum_{i=1}^n d_i x_i$ の値を求めなさい。(20点)
- (4) (3) の条件の下で, $\tilde{\beta}$ の分散を求めなさい。なお, 解答は w_i, d_i に依存する形式で表記して良い。また, 得られた結果を用いて $\hat{\beta}$ と $\tilde{\beta}$ の分散を比較しなさい。(20点)

正規分布表： $X \sim N(0, 1)$



z_α	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4841	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4091	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2644	.2611	.2579	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2207	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1563	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1094	.1075	.1057	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002

α	.10	.05	.025	.010	.005	.001	.0005	.0001	.00001
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	4.2649

令和8年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

Statistics

- Answer all of the following questions either in English or in Japanese.
- Answer each question on a separate sheet.
- Applicants are authorized to use a calculator lent by our Graduate School.
- Use the statistical tables if necessary.

1. Let the probability density function of random variable X be

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Let the conditional probability density function of random variable Y given $X = x$ be

$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & 0 < y < x \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Answer the following questions.

- (1) Find the mean and variance of X . (15 points)
 - (2) Find the joint probability density function of (X, Y) . (15 points)
 - (3) Find the marginal probability density function and the distribution function of Y . (15 points)
 - (4) Find the median of Y . (15 points)
2. Suppose the random variable X satisfies

$$P(X = k) = r^{k-1}(1 - r), \quad k = 1, 2, \dots,$$

where $0 \leq r < 1$. Answer the following questions.

- (1) Find the mean μ and variance σ^2 of X . You may use the following identities if needed. (20 points)
 - $\sum_{k=1}^{\infty} kr^{k-1} = \frac{1}{(1-r)^2}$
 - $\sum_{k=1}^{\infty} k^2r^{k-1} = \frac{1+r}{(1-r)^3}$
- (2) For a random sample X_1, \dots, X_n , find the maximum likelihood estimator \hat{r} of r . (20 points)
- (3) Suppose $n = 320$ and $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 5.45$ are given. Assume n is sufficiently large and, using the central limit theorem, approximate \bar{X} by $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2/n)$. Perform a two-sided test at the significance level 0.05 for the null hypothesis $H_0 : \mu = 5$. Here, for σ use the value obtained by evaluating the result of (1) under the null hypothesis. (20 points)

3. Consider the following linear regression model:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

where x_i is a nonrandom explanatory variable and u_i is an error term satisfying the following properties:

$$E[u_i] = 0, \quad E[u_i^2] = \sigma^2 > 0, \quad E[u_i u_j] = 0 \text{ for } i \neq j.$$

Let

$$\widehat{\beta} = \sum_{i=1}^n w_i y_i$$

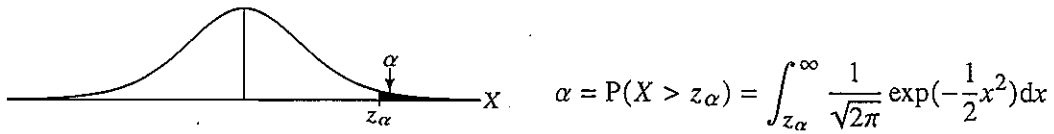
be an estimator of β , where

$$w_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Answer the following questions.

- (1) Find the values of $\sum_{i=1}^n w_i$ and $\sum_{i=1}^n w_i x_i$. (20 points)
- (2) Find the variance of $\widehat{\beta}$. The answer can be expressed in terms of w_i . (20 points)
- (3) Using nonrandom variables d_i ($i = 1, 2, \dots, n$), define an estimator $\widetilde{\beta} = \sum_{i=1}^n (w_i + d_i) y_i$ of β . Find the values of $\sum_{i=1}^n d_i$ and $\sum_{i=1}^n d_i x_i$, under the condition that $\widetilde{\beta}$ is an unbiased estimator of β . (20 points)
- (4) Under the condition of (3), find the variance of $\widetilde{\beta}$. The answer can be expressed in terms of w_i and d_i . Also, compare the variances of $\widehat{\beta}$ and $\widetilde{\beta}$ based on the obtained result. (20 points)

Normal distribution: $X \sim N(0, 1)$



z_α	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4841	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4091	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2644	.2611	.2579	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2207	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1563	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1094	.1075	.1057	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002

α	.10	.05	.025	.010	.005	.001	.0005	.0001	.00001
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	4.2649