令和７年度神戸大学経済学部第３年次編入学試験問題
数学

注意：答案には計算や導出の過程をある程度記述すること。

第１問 以下の問に答えなさい。ただし、e は自然対数の底（ネイピア数）を表すものとする。

(1) x, y に関する２変数関数 $f(x,y) = e^{x^2 y}$ を全微分しなさい。(5 点)

(2) 変数 $x > 0$ とし、$\frac{d}{dx}\int_1^x \log_e t dt$ を計算しなさい。(5 点)

(3) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ の３つの列ベクトルは１次独立であることを示しなさい。(5 点)

第２問 x, y に関する２変数関数 $f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y$ について次の問に答えなさい。

(1) 極値のための１階条件を求め、クラメールの公式を利用し候補解を求めなさい。(15 点)

(2) 関数 f のヘッセ行列を求め、ヘッセ行列の定符号性を用いて、候補解において極小解のための２階条件が成立するかどうかを調べなさい。(15 点)

第３問 ２次元の非負領域で定義される次の CES 関数 $f(x,y)$ について考えよ（すなわち変数 x, y は非負の値をとるものとする）：

$$f(x,y) = [\alpha x^\rho + (1-\alpha) y^\rho]^{\frac{1}{\rho}}.$$

ここで、定数 ρ は $\rho \leq 1$ を満たし，定数 α は $0 < \alpha < 1$ の範囲にあるとする。

(1) $\rho \to 0$ のとき、関数 $f(x,y)$ はコブ・ダグラス型になることを示しなさい。(15 点)

(2) $\rho \to -\infty$ のとき、関数 $f(x,y)$ はレオンチェフ型になることを示しなさい。(10 点)

第４問 次の２階線形差分方程式を考えよ。

$$x_{t+2} = x_{t+1} - \frac{3}{16} x_t + \frac{3}{16},\ t = 0, 1, 2, \cdots$$

(1) 均衡点を求めなさい。(5 点)

(2) 上記の 2 階線形差分方程式は、次の連立差分方程式として書き換えることができる：

$$\begin{pmatrix} x_{t+2} \\ x_{t+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{t+1} \\ x_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3/16 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

係数行列 A を導出し、A の固有値を求めなさい。また、各固有値に対する固有ベクトルを 1 つ求めなさい。(10 点)

(3) 初期条件 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}$ を所与として、連立差分方程式の一般解を求めなさい。(15 点)

令和７年度神戸大学経済学部第３年次編入学試験問題【出題の意図】

数学

第１問　微積分および行列の基本概念を確認する

（1）偏微分・全微分の基本概念を考察する

（2）微分積分の基本定理を考察する

（3）行列の各列が１次独立であること、またはその必要十分条件を考察する

第２問　極値問題の解き方を確認する

（1）極値解の１階条件を確認し、線形連立方程式の解き方を考察する

（2）極小解の２階条件を考察する

第３問　極限の計算を通じて、経済学でよく使う関数の性質を確認する

第４問　差分方程式の解の概念および求め方を確認する

（1）差分方程式の均衡点の概念を考察する

（2）係数行列の固有値および固有ベクトルの計算を考察する

（3）行列の対角化方法を確認し、連立差分方程式の一般解の基本概念や求め方を考察する