

(前期第 I 期・国際共同学修コース (対面)・国際コース)

令和 7 (6) 年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

経済理論

- ・第 1 問～第 4 問のすべてに日本語か英語で答えなさい。
- ・各問の解答は、それぞれ別の解答用紙に記入しなさい。

第 1 問 3 財 x , y , z を消費する消費者の効用関数が、 $U(x, y, z) = x^a y^b z^c$ であるとする ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$)。この消費者の所得は $M > 0$ 、財 x の価格は $P_x > 0$ 、財 y の価格は $P_y > 0$ 、財 z の価格は $P_z > 0$ である。

- (1) 予算制約式を示しなさい。(10 点)
- (2) 財 x の限界効用を求めなさい。(10 点)
- (3) 財 x の最適消費量を求めなさい。(10 点)
- (4) 間接効用関数を求めなさい。(10 点)
- (5) 支出関数を求めなさい。(10 点)

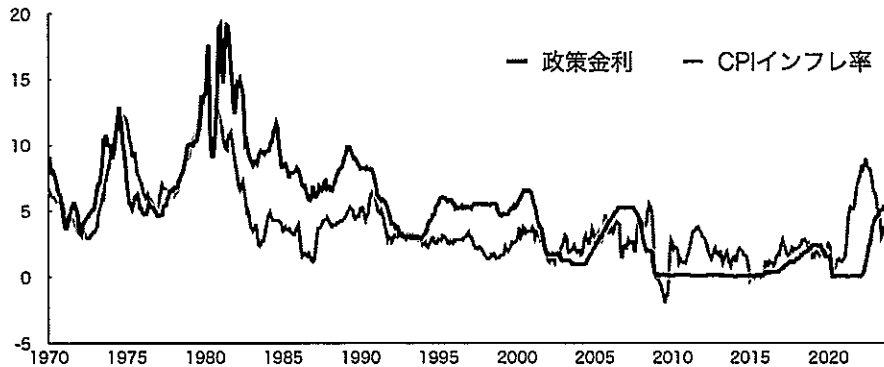
第 2 問 ある企業の生産関数が

$$y = 100k - k^2, k \in [0, 50]$$

であり、生産物 y の価格が 1、生産要素 k の価格が $r > 0$ であるとする。

- (1) この企業の利潤を、 k と r を使って表現しなさい。(10 点)
- (2) 最適な k の投入量がゼロとなる r の値の範囲を求めなさい。(10 点)
- (3) k の要素需要関数を求めなさい。(15 点)
- (4) この企業の利潤関数 $\pi(r)$ を求めなさい。(15 点)

第3問 下のグラフは、アメリカにおける政策金利（Federal funds rate）と、消費者物価指数（CPI）で測ったインフレ率の時系列である。以下の問いに答えなさい。



注：縦軸の単位は%（年率）、横軸は年。

データ出所：Federal Reserve Bank of St. Louis, FRED データベース。

- (1) このグラフから、名目金利である政策金利がインフレ率と正の相関を持つことがわかる。この現象についてフィッシャー式を用いながら議論しなさい。(25点)
- (2) このグラフで見られる正の相関は、中央銀行がインフレ率の変化に反応して政策金利を決めた結果という見方もできる。このような中央銀行の金利政策について、以下の用語を用いながら議論しなさい：テイラー・ルール、テイラー原則、実質金利。(25点)

第4問 2期間のみを生きる代表的家計の効用関数を $U = \log C_1 + \beta \cdot \log C_2$ とする ($\log C_t$ は t 期の消費量の自然対数、 $\beta \in (0, 1)$ は割引因子を表す)。所得は第1期のみを得られ、その値を Y とする。また、第1期から第2期へ貯蓄することで、金利を $(100 \times r)\%$ だけ得られるものとする。 Y および r は外生変数である。消費財の価格は全て1に基準化する。以下の問いに答えなさい。

- (1) この家計が直面する予算制約式を示しなさい。(10点)
- (2) 各期の最適な消費量を求めなさい。その際、途中の導出も明記すること。(20点)
- (3) 第1期における金利の変化が各期の消費額に与える影響を議論しなさい。(20点)

(前期第 I 期・国際共同学修コース (対面)・国際コース)

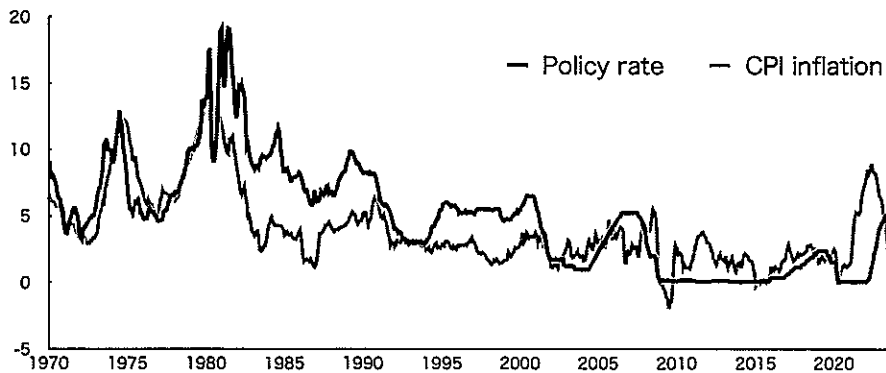
令和 7 (6) 年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

Economic Theory

- Answer all of the following questions either in English or in Japanese.
- Answer each question on a separate sheet.

1. Suppose a consumer who consumes three goods, x , y , and z , has a utility function $U(x, y, z) = x^a y^b z^c$ ($a > 0$, $b > 0$, and $c > 0$). The consumer's income is $M > 0$. The price of good x is $P_x > 0$, the price of good y is $P_y > 0$, and the price of good z is $P_z > 0$.
 - (1) Describe the budget constraint equation. (10 points)
 - (2) Calculate the marginal utility of good x . (10 points)
 - (3) Calculate the optimal consumption of good x . (10 points)
 - (4) Calculate the indirect utility function. (10 points)
 - (5) Calculate the expenditure function. (10 points)
2. A firm has a production function of the form $y = 100k - k^2$ for $k \in [0, 50]$. The price of the output y is 1, and the price of the input k is $r > 0$.
 - (1) Describe the profit of this firm as a function of k and r . (10 points)
 - (2) For what values of r will the optimal k be zero? (10 points)
 - (3) What is the factor demand function of k ? (15 points)
 - (4) What is the profit function $\pi(r)$ of this firm? (15 points)

3. The following is a time series graph of the policy interest rate (Federal funds rate) and the inflation rate as measured by the Consumer Price Index (CPI) in the United States. Answer the following questions.



Note: vertical axis in % (annualized), horizontal axis in years.

Data source: Federal Reserve Bank of St. Louis, FRED database.

- (1) This graph shows that the policy rate, the nominal interest rate, is positively correlated with the inflation rate. Discuss this phenomenon using the Fisher equation. (25 points)
 - (2) The positive correlation seen in this graph may also be viewed as the result of the central bank's decision to set the policy rate in response to changes in the inflation rate. Discuss the central bank's interest rate policy, using the following terms: Taylor rule, Taylor principle, real interest rate. (25 points)
4. Let $U = \log C_1 + \beta \cdot \log C_2$ denote the utility function of a representative household living only two periods ($\log C_t$ is the natural logarithm of consumption in period t and $\beta \in (0, 1)$ denotes the discount factor). Income is given only in the first period, and its value is denoted by Y . Also assume that saving from period 1 to period 2 yields an interest rate of $(100 \times r)\%$. Y and r are exogenous variables. The prices of goods are normalized to 1. Answer the following questions.
- (1) Provide the budget constraint equation faced by this household. (10 points)
 - (2) Find the optimal amount of consumption in each period. In doing so, also specify the derivation. (20 points)
 - (3) Discuss the impact of a change in the interest rate in period 1 on the amount of consumption in each period. (20 points)

(前期第Ⅰ期・国際共同学修コース(対面)・国際コース)

令和7(6)年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

経 済 史

- ・第1問～第4問のすべてに、日本語か英語で答えなさい。
- ・各問の解答は、それぞれ別の解答用紙に記入しなさい。

第1問 前近代日本の信用貨幣について説明しなさい。(50点)

第2問 前近代日本の醸造業について説明しなさい。(50点)

第3問 計量分析(例えば、回帰分析など)による経済史研究と伝統的な経済史研究との関係について、具体的な事例を用いて説明しなさい。(50点)

第4問 幕末から産業革命期にかけて導入された西洋の先進技術は、日本の近代化に大きな役割を果たしたといわれる。このような先進技術は、日本の在来的な産業にどのように導入されたのだろうか。具体的な産業の事例を挙げながら、そのプロセスを説明しなさい。(50点)

(前期第 I 期・国際共同学修コース (対面)・国際コース)

令和 7(6)年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

経 済 史

Economic History

- Answer all of the following four questions either in English or in Japanese.
- Answer each question on a separate sheet.

1. Explain credit money in pre-modern Japan. (50 points)
2. Explain the brewing industry in pre-modern Japan. (50 points)
3. Explain, using specific examples, the relationship between the study of economic history through econometric analysis (e.g., using regression analysis) and the study of economic history through traditional analysis. (50 points)
4. It is well known that advanced Western technologies, which were introduced from the end of the Tokugawa Era to the Industrial Revolution in Japan, played an important role in the modernization of Japan. How were such advanced technologies introduced and utilized to traditional or indigenous industries? Explain the process by showing examples of particular industry/industries. (50 points)

令和 7(6) 年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

統計学

- ・第 1 問～第 3 問のすべてに日本語か英語で答えなさい。
- ・各問の解答は、それぞれ別の解答用紙に記入しなさい。
- ・本研究科で貸与する電卓のみ使用を認めます。
- ・必要に応じて、添付の統計分布表を利用しなさい。

第 1 問 X_1, X_2, \dots, X_n は確率関数

$$f(x) = \begin{cases} p & x = 1 \text{ の時} \\ 1 - p & x = 0 \text{ の時} \end{cases}$$

を持つ分布から独立に得られた標本であるとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) X_i の平均と分散を求めなさい。(20 点)
- (2) $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ とする。 $n = 4$ の時、 $P(Y = 2)$ を求めなさい。(10 点)
- (3) $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ を X_i の平均であるとする。 \bar{X} の平均と分散を求めなさい。(10 点)
- (4) $n = 100$ の標本を用いて標本平均を計算したところ、 $\bar{X} = 0.45$ であった。 n が十分大きいものとして帰無仮説 $H_0 : p = \frac{1}{2}$ を対立仮説 $H_1 : p \neq \frac{1}{2}$ に対して有意水準 0.05 で検定しなさい。(20 点)

第 2 問 連続型確率変数 X は $N(\mu, \sigma^2)$ にしたがって、その確率密度関数は

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

であるとする。以下の問いに答えなさい。小数が出る場合は、小数第 2 位まで求めなさい。

- (1) $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$ を求めなさい。(10 点)
- (2) この分布から得られた大きさ n の無作為標本の標本平均を \bar{X} とする。 $P(\mu - c \leq \bar{X} \leq \mu + c) = 0.90$ となる c の値を求めなさい。解答は μ, σ, n を含んでいてもかまいません。(10 点)
- (3) $Z = |X - \mu|$ とするとき、 Z の確率密度関数を求めなさい。(20 点)
- (4) この分布から得られた大きさ 16 の無作為標本を用いて標本平均と標本不偏分散を計算したところ、 $\bar{x} = 7, s^2 = 25$ であった。 σ^2 の信頼係数 0.90 の信頼区間を求めなさい。(20 点)

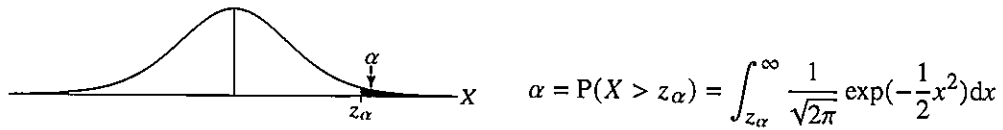
第3問 次の線形回帰モデルを考える。

$$y_i = \beta x_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad [1]$$

x_i は 0 ではない非確率変数であり, u_i は誤差項で次の性質を満たしている。 $E[u_i] = 0$, $E[u_i^2] = \sigma^2 > 0$, $E[u_i u_j] = 0, i \neq j$ 。以下の問いに答えなさい。

- (1) [1] 式における β の最小二乗推定量 $\hat{\beta}$ を求めなさい。(20 点)
- (2) $\hat{\beta}$ の分散を求めなさい。(20 点)
- (3) [1] 式における β の推定量として $\tilde{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i}$ を考える。この時, $\tilde{\beta}$ の期待値を求め, 不偏推定量であるかどうか説明しなさい。(20 点)
- (4) $\tilde{\beta}$ の分散を求めなさい。(20 点)

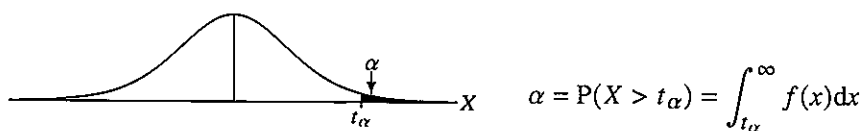
正規分布表： $X \sim N(0, 1)$



z_α	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4841	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4091	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2644	.2611	.2579	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2207	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1563	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1094	.1075	.1057	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002

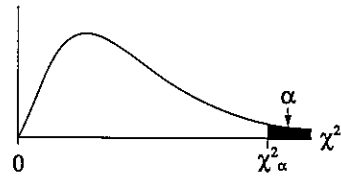
α	.10	.05	.025	.010	.005	.001	.0005	.0001	.00001
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	4.2649

t 分布表: $X \sim t(k)$



k (自由度)	α	.10	.05	.025	.010	.005
1		3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2		1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3		1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4		1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5		1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6		1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7		1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8		1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9		1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10		1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11		1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12		1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13		1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14		1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15		1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16		1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17		1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18		1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19		1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20		1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21		1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22		1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8187
23		1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24		1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25		1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26		1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27		1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28		1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29		1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30		1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
40		1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
50		1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
60		1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603
120		1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174
∞		1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758

カイ 2 乗分布表： $\chi^2(m)$



$$\alpha = P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \int_{\chi^2_\alpha}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2$$

α	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.010	.005
1	.0000393	.000157	.000982	.00393	.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.103	.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.207	.297	.484	.711	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.65
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43	104.21
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

令和 7(6) 年度 神戸大学大学院経済学研究科
博士課程前期課程入学試験問題

Statistics

- Answer all of the following questions either in English or in Japanese.
- Answer each question on a separate sheet.
- Applicants are authorized to use a calculator lent by our Graduate School.
- Use the statistical tables if necessary.

1. Suppose that X_1, X_2, \dots, X_n is a random sample independently drawn from a distribution with the following probability function:

$$f(x) = \begin{cases} p & \text{for } x = 1, \\ 1 - p & \text{for } x = 0. \end{cases}$$

Answer the following questions.

- (1) Find the mean and the variance of X_i . (20 points)
 - (2) Let $Y = \sum_{i=1}^n X_i$. Find $P(Y = 2)$ when $n = 4$. (10 points)
 - (3) Let $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ be the mean of X_i . Find the mean and the variance of \bar{X} . (10 points)
 - (4) Suppose that we obtained $\bar{X} = 0.45$ based on a sample of size $n = 100$. Assuming that n is sufficiently large, test the null hypothesis $H_0 : p = \frac{1}{2}$ against $H_1 : p \neq \frac{1}{2}$ at the 0.05 significance level. (20 points)
2. Suppose that a continuous random variable X is distributed as $N(\mu, \sigma^2)$ and its probability density function is given by

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

Answer the following questions. If the answers are in decimals, calculate to the hundredth decimal place.

- (1) Find $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$. (10 points)
- (2) Let \bar{X} be the sample mean of a random sample of size n from this distribution. Find the value of c which satisfies $P(\mu - c \leq \bar{X} \leq \mu + c) = 0.90$. The answer may include μ , σ and n . (10 points)
- (3) Let $Z = |X - \mu|$. Find the probability density function of Z . (20 points)
- (4) Suppose that we obtained $\bar{x} = 7$ and $s^2 = 25$ based on a random sample of size 16 from this distribution. Find the 0.90 confidence interval for σ^2 . (20 points)

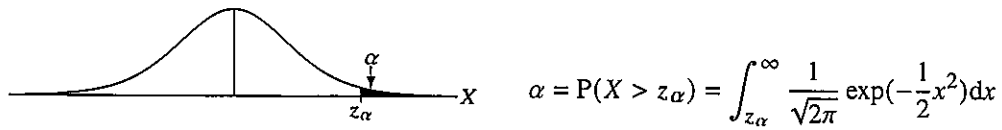
3. Consider the following linear regression model:

$$y_i = \beta x_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad [1]$$

where x_i is nonzero and nonstochastic, and the error term u_i satisfies the following properties: $E[u_i] = 0$, $E[u_i^2] = \sigma^2 > 0$, $E[u_i u_j] = 0$, $i \neq j$. Answer the following questions.

- (1) Derive the ordinary least squares estimator $\hat{\beta}$ of β in equation [1]. (20 points)
- (2) Derive the variance of $\hat{\beta}$. (20 points)
- (3) Consider $\tilde{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i}$ as the estimator of β in equation [1]. Derive the expected value of $\tilde{\beta}$ and explain whether it is an unbiased estimator. (20 points)
- (4) Derive the variance of $\tilde{\beta}$. (20 points)

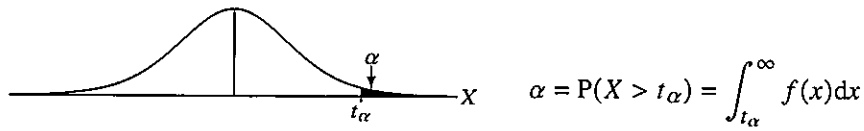
Normal distribution: $X \sim N(0, 1)$



z_α	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4841	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4091	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2644	.2611	.2579	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2207	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1563	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1094	.1075	.1057	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002

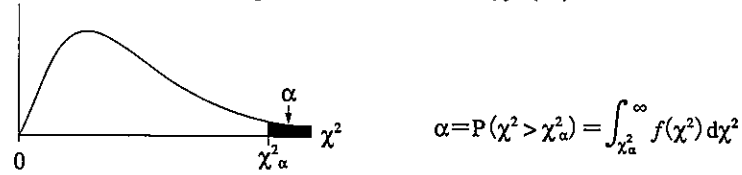
α	.10	.05	.025	.010	.005	.001	.0005	.0001	.00001
z_α	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905	3.7190	4.2649

t distribution: $X \sim t(k)$



k (Degrees of Freedom)	α	.10	.05	.025	.010	.005
1		3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2		1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3		1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4		1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5		1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6		1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7		1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8		1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9		1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10		1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11		1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12		1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13		1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14		1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15		1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16		1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17		1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18		1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19		1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20		1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21		1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22		1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8187
23		1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24		1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25		1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26		1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27		1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28		1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29		1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30		1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
40		1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
50		1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
60		1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603
120		1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174
∞		1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758

Chi-squared distribution: $\chi^2(m)$



m (Degrees of Freedom)	α	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.010	.005
1		.0000393	.000157	.000982	.00393	.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2		.0100	.0201	.0506	.103	.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3		.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4		.207	.297	.484	.711	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5		.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6		.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7		.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8		1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9		1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10		2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11		2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12		3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13		3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14		4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15		4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16		5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17		5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18		6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19		6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20		7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21		8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22		8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23		9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24		9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25		10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26		11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27		11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.65
28		12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29		13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30		13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40		20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50		27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60		35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70		43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43	104.21
80		51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90		59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30
100		67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17