

佐賀競馬における裁定機会の出現頻度

神戸大学経済学部 芦谷政浩

2013年1月

芦谷(2012, 国民経済雑誌, 第205巻第6号)とAshiya(2013)は荒尾競馬における裁定機会の存在を明らかにしたが, 一部の読者から「これは荒尾競馬に限られた現象ではないか?」との指摘を受けた。そこで本稿は, 2010年4月10日から12月26日までに佐賀競馬で行われた, 出走頭数が7頭以下の全134レースのうち, 3レースにおいて裁定取引の機会が存在したことを明らかにする。

キーワード: arbitrage; pari-mutuel; market efficiency; betting; wagering.

657-8501 神戸市灘区六甲台町2-1 神戸大学経済学部

ashiya@econ.kobe-u.ac.jp

1. はじめに

公営賭博における裁定取引の可能性については古くから数多くの研究がなされてきたが、芦谷 (2012) は日本の地方公営競馬 (NAR) において「各馬について一番割安な方法で単勝馬券を合成し、1着・2着・3着の着順がどうなったとしても払戻金総額が勝馬投票券の購入費用を上回るように勝馬投票券を買う」という裁定取引が可能であることを示した。この「レースの結果によらず必ず利益が出る勝馬投票券の買い方」は、業界用語で“lock”と呼ばれている。¹さらに Ashiya (2013) は、2011年9月30日から12月23日までに荒尾競馬で行われた全175レースを分析し、このうち2レースでlockが可能であることを示した。

しかし、これらの研究は、どちらも荒尾競馬を分析対象としている。このため、一部の読者から「lockは荒尾競馬でのみ観察される現象ではないか？」との疑問が寄せられた。そこで本稿は、2010年4月10日から12月26日までに佐賀競馬で行われた、出走頭数が7頭以下の全134レースを分析し、このうち3レースにおいて裁定取引の機会が存在したことを明らかにする。なお、本稿の分析においても、芦谷 (2012) と同様に「馬券の最小購入単位」と「裁定取引によるオッズ変化」の両方が考慮されていることは言うまでもない。²

2. 裁定可能なレースの具体例

単勝 i 番のオッズが O_i 、馬番連勝単式 i - j 番のオッズが O_{ij} であるとしよう。いま仮に、任意の馬券を任意の数量だけ、オッズを変化させることなく購入できるとしよう。 i 番が1着になったときに必ず1円の払戻金を得る為には、単勝 i 番を $1/O_i$ 円購入するか、あるいは連単 i - j 番を全ての $j \neq i$ について $1/O_{ij}$ 円ずつ購入すれば良い。よって、どの馬が1着になったとしても必ず1円の払戻金を得る為に必要な馬券購入額の最低値は、

$$\sum_{i=1}^n \min \left\{ \frac{1}{O_i}, \sum_{j \neq i} \frac{1}{O_{ij}} \right\}$$

である。同様に考えると、三連勝単式 i - j - k 番のオッズが O_{ijk} であるとき、

$$P \equiv \sum_{i=1}^n \min \left\{ \frac{1}{O_i}, \sum_{j \neq i} \min \left\{ \frac{1}{O_{ij}}, \sum_{k \neq i,j} \frac{1}{O_{ijk}} \right\} \right\} \leq 1 \quad (1)$$

が成立するならば（総費用1円以下の馬券購入で必ず1円の払戻金を確保できるので）裁定取引の余地が存在する。(1)式は、同じ馬に対する単勝・連単・三連単のオッズが大きく異なっているほど成立しやすくなる。

本稿で分析対象とする134レースについて(1)式の P の値を計算すると、 $P < 0.7$ のレースは存在しなかった。 $0.7 \leq P < 0.8$ のレースは2つ、 $0.8 \leq P < 0.9$ のレースは3つ、 $0.9 \leq P \leq 1$ のレースは8つ存在した。つまり、 $P \leq 1$ のレースは合計で13レース（全体の9.7%）存在したことになる。この比率は、Ashiya (2013) が分析した荒尾競馬の値（175レースのうち20%）よ

りもかなり低い値である。表 1 の第 1 列目は、これら 13 レースの具体的な P の値を表す。第 2 列目は、裁定取引によって獲得可能な保証利益額(=自らにとって最も都合の悪い着順が実現したときの利益額)の最大値を表す(詳細後述)。

次に、 $P > 1$ のレースには裁定取引の余地が存在しないので、 $P \leq 1$ だった 13 レースについて裁定取引が可能であるかを検討した。その際には、単勝・連単・三連単だけでなく、馬番連勝複式の存在も考慮した(今回は 7 頭立て以下のレースを分析したので、枠番連複は発売されていない)。また、馬券の購入単位が 100 円であることと、裁定取引それ自体がオッズを変化させることも考慮した。

日本の地方競馬(NAR)の単勝オッズは、単勝の総発売票数を S, 単勝 i 番の発売票数を S_i とすると、

$$O_i = \max \left\{ 0.1 \times \text{INT} \left[1 + 7.38 \frac{S}{S_i} \right], 1 \right\} \quad (2)$$

という式で計算される(JRA とは係数が異なることに注意)。ここで、 $\text{INT}[x]$ は、x 以下の最大の整数を与える関数である。(2)式より明らかに、裁定取引で単勝 i 番を購入すると、そのオッズ O_i は低下する。このため、(1)式は満たされにくくなる。

この影響を、2010 年 6 月 13 日の佐賀競馬第 2 競争で確認してみよう。表 2 は、このレースの単勝馬券と馬番連勝単式馬券の最終オッズ(投票締切後の確定オッズ)である。表 3 は、各馬券の発売票数である。このレースにおいて、保証利益額が最大になる馬券購入の組合せは、表 4 の第 1 列目で表される。裁定取引の実行者が表 4 の組合せで馬券を合計 131 票購入すると、単勝 1 番のオッズは 63.5(表 2 参照)から 49.9 に低下する。このため、1 番が 1 着になると、裁定取引の実行者は $49.9 \times 3 \times 100 = 14,970$ 円の払戻金を受け取る。また、2 番が 1 着になったときは連勝単式馬券のどれかが的中するので、32,900 円から 78,940 円の払戻金を受け取る。同様に、3 番が 1 着になったときは 13,590 円から 15,190 円、4 番が 1 着になったときは 13,630 円、5 番が 1 着になったときは 13,760 円、6 番が 1 着になったときは 14,280 円の払戻金を受け取る。つまり、表 4 の組合せの馬券を購入すれば、どのようなレース結果になったとしても、少なくとも 13,590 円の払戻金を得られる。表 4 の組合せの馬券を購入する費用は 13,100 円であるから、この裁定取引の保証利益額は $13,590 - 13,100 = 490$ 円となる。ちなみに、利益が最大になるのは「2 番が 1 着、5 番が 2 着」のときであり、(78,940 円の払戻金を得るので)65,840 円の利益を得る。

他のレースについても同様の分析を行ったところ、2010 年 7 月 25 日佐賀競馬第 4 競争では、表 5 で示される 24,100 円分の馬券を購入することで保証利益額が 2,900 円になった。³ また、2010 年 6 月 19 日佐賀競馬第 8 競争では、表 6 で示される 21,700 円分の馬券を購入することで保証利益額が 1,180 円になった。

3. 結語

本稿では佐賀競馬における裁定機会の存在を明らかにしたが、現実には裁定取引を行う上では、芦谷(2012)などが指摘する各種の制約条件を考慮する必要がある。第一に、オッズ・データは馬券売場やインターネットで常時無料公開されているので、そこから現時点での馬券総発売票数と個別馬券の発売票数を逆算することは可能である。⁴しかし、最終的な総発売票数は、馬券購入時点では原理的に知ることはできない。このため、「投票締切直前において裁定可能なレース」を発見することは可能だが、そのレースが本当に裁定可能であったのかどうかは、事後的にしか知ることはできない。第二に、裁定取引が可能か否かを判定するには、細かな計算が必要である。裁定条件式(1)の計算は、予め関数を組んでおいたエクセル・シートにオッズ・データを流し込めば、一瞬で完了する。しかし、(1)式のPの値が1より十分に小さいレースであっても、裁定取引の余地が存在しないことがある。例えば表1にあるように、2010年9月26日佐賀競馬第1競争は $P=0.832$ であったが、「必ず儲かる馬券の買い方」は存在しなかった。その一方で、芦谷(2012, p.87)は「 $P=0.9147$ でも裁定取引が可能だったレース」を紹介している。今後の研究では、「裁定取引が可能となるPの閾値」が、(平均売上票数が異なる)地方競馬の各レース場においてどのような値を取るのかを分析していきたい。

注

本研究はJSPS 科研費課題番号 24530197 の補助を受けている。佐賀県競馬組合からは、貴重な勝馬投票券の売上明細表を頂いた。記して感謝したい。

1. 先行研究の紹介や仮想例によるlockの説明は、芦谷(2012)とAshiya (2013)を参照されたい。芦谷(2010)は、「オッズの歪み」に関する広範なサーベイ論文である。
2. これら2つの要因が裁定取引の障害になる理由と、その悪影響の大きさについては、芦谷(2012)とAshiya (2013)を参照されたい。
3. このレースでは1枠1番が出走を取り消したが、返還票数は0であった。
4. 具体的な方法は、芦谷(2012)とAshiya (2013)を参照されたい。

参考文献

Ashiya, Masahiro (2013) “Lock! Risk-Free Arbitrage in the Japanese Racetrack Betting Market,” Discussion Paper Series No. 1301, Graduate School of Economics, Kobe University.

芦谷政浩(2010)「『穴馬への過剰な選好(longshot bias)』に関するサーベイ」『国民経済雑誌』, 第202巻第2号, pp.13-28.

芦谷政浩(2012)「日本の公営競馬における『競馬必勝法』の具体例」『国民経済雑誌』, 第205巻第6号, pp.81-91.

表 1 P ≤ 1だったレースの一覧表

| 競争名 | P | 保証利益額の最大値 |
|----------|-------|-----------|
| 7月25日4R | 0.745 | 2,900円 |
| 6月13日2R | 0.775 | 490円 |
| 6月19日8R | 0.823 | 1,180円 |
| 9月26日1R | 0.832 | マイナス |
| 7月3日6R | 0.876 | マイナス |
| 7月25日11R | 0.915 | マイナス |
| 6月19日2R | 0.926 | マイナス |
| 12月11日1R | 0.929 | マイナス |
| 6月26日1R | 0.952 | マイナス |
| 5月3日2R | 0.955 | マイナス |
| 6月20日1R | 0.977 | マイナス |
| 6月26日6R | 0.977 | マイナス |
| 8月22日4R | 0.990 | マイナス |

いずれも 2010 年の佐賀競馬

表 2 2010 年 6 月 13 日佐賀競馬第 2 競争の、単勝・馬番連勝単式の最終オッズ

(1) 単勝

| | | | | | | | |
|-------|------|------|-----|-----|------|------|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| O_i | 63.5 | 23.4 | 1.2 | 5.7 | 21.2 | 14.9 | 8.0 |

(2) 馬番連勝単式

| | | | | | | | |
|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|
| | O_{ij} | | O_{ij} | | O_{ij} | | O_{ij} |
| 1-1 | --- | 2-1 | 557.8 | 3-1 | 156.2 | 4-1 | 139.5 |
| 1-2 | 355.0 | 2-2 | --- | 3-2 | 150.2 | 4-2 | 126.0 |
| 1-3 | 488.1 | 2-3 | 780.9 | 3-3 | --- | 4-3 | 8.6 |
| 1-4 | 216.9 | 2-4 | 355.0 | 3-4 | 7.0 | 4-4 | --- |
| 1-5 | 650.7 | 2-5 | 976.1 | 3-5 | 18.0 | 4-5 | 14.7 |
| 1-6 | 557.8 | 2-6 | 780.9 | 3-6 | 15.4 | 4-6 | 9.5 |
| 1-7 | 216.9 | 2-7 | 557.8 | 3-7 | 10.7 | 4-7 | 9.4 |
| | O_{ij} | | O_{ij} | | O_{ij} | | |
| 5-1 | 433.8 | 6-1 | 186.0 | 7-1 | 150.2 | | |
| 5-2 | 390.5 | 6-2 | 130.2 | 7-2 | 102.8 | | |
| 5-3 | 36.5 | 6-3 | 21.6 | 7-3 | 20.1 | | |
| 5-4 | 32.6 | 6-4 | 14.3 | 7-4 | 12.6 | | |
| 5-5 | --- | 6-5 | 27.9 | 7-5 | 37.6 | | |
| 5-6 | 45.4 | 6-6 | --- | 7-6 | 22.4 | | |
| 5-7 | 50.1 | 6-7 | 18.0 | 7-7 | --- | | |

表 3 2010 年 6 月 13 日佐賀競馬第 2 競争の, 単勝・馬番連勝単式の発売票数

(1) 単勝

| | | | | | | | |
|-------|---|----|-----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| S_i | 7 | 19 | 390 | 79 | 21 | 30 | 56 |

総発売票数は 602 票

(2) 馬番連勝単式

| | | | | | | | |
|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|
| | S_{ij} | | S_{ij} | | S_{ij} | | S_{ij} |
| 1-1 | --- | 2-1 | 7 | 3-1 | 25 | 4-1 | 28 |
| 1-2 | 11 | 2-2 | --- | 3-2 | 26 | 4-2 | 31 |
| 1-3 | 8 | 2-3 | 5 | 3-3 | --- | 4-3 | 459 |
| 1-4 | 18 | 2-4 | 11 | 3-4 | 559 | 4-4 | --- |
| 1-5 | 6 | 2-5 | 4 | 3-5 | 218 | 4-5 | 266 |
| 1-6 | 7 | 2-6 | 5 | 3-6 | 254 | 4-6 | 415 |
| 1-7 | 18 | 2-7 | 7 | 3-7 | 365 | 4-7 | 416 |
| | S_{ij} | | S_{ij} | | S_{ij} | | |
| 5-1 | 9 | 6-1 | 21 | 7-1 | 26 | | |
| 5-2 | 10 | 6-2 | 30 | 7-2 | 38 | | |
| 5-3 | 107 | 6-3 | 181 | 7-3 | 195 | | |
| 5-4 | 120 | 6-4 | 274 | 7-4 | 310 | | |
| 5-5 | --- | 6-5 | 140 | 7-5 | 104 | | |
| 5-6 | 86 | 6-6 | --- | 7-6 | 175 | | |
| 5-7 | 78 | 6-7 | 217 | 7-7 | --- | | |

総発売票数は 5,290 票

表 4 2010 年 6 月 13 日佐賀第 2 競争において保証利益額が最大になる馬券購入の組合せ

| 種類 | 購入票数 | 追加購入後のオッズ | 的中時の払戻額 |
|--------|------|-----------|---------|
| 単勝 1 番 | 3 | 49.9 | 14,970 |
| 単勝 4 番 | 29 | 4.7 | 13,630 |
| 単勝 5 番 | 8 | 17.2 | 13,760 |
| 単勝 6 番 | 12 | 11.9 | 14,280 |
| 単勝 7 番 | 21 | 6.5 | 13,650 |
| 連単 2-1 | 1 | 493.4 | 49,340 |
| 連単 2-3 | 1 | 657.9 | 65,790 |
| 連単 2-4 | 1 | 329.0 | 32,900 |
| 連単 2-5 | 1 | 789.4 | 78,940 |
| 連単 2-6 | 1 | 657.9 | 65,790 |
| 連単 2-7 | 1 | 493.4 | 49,340 |
| 連単 3-1 | 1 | 151.9 | 15,190 |
| 連単 3-2 | 1 | 146.2 | 14,620 |
| 連単 3-4 | 20 | 6.9 | 13,800 |
| 連単 3-5 | 8 | 17.5 | 14,000 |
| 連単 3-6 | 9 | 15.1 | 13,590 |
| 連単 3-7 | 13 | 10.5 | 13,650 |

総購入票数は 131 票

表 5 2010 年 7 月 25 日佐賀第 4 競争において保証利益額が最大になる馬券購入の組合せ

| 種類 | 現実の発売票数 | 裁定取引の購入票数 | 追加購入後のオッズ | 的中時の払戻額 |
|--------|---------|-----------|-----------|---------|
| 単勝 2 番 | 15 | 8 | 34.4 | 27,520 |
| 単勝 3 番 | 26 | 14 | 19.8 | 27,720 |
| 単勝 4 番 | 52 | 27 | 10.1 | 27,270 |
| 単勝 5 番 | 29 | 15 | 18.0 | 27,000 |
| 単勝 6 番 | 15 | 8 | 34.4 | 27,520 |
| 単勝 7 番 | 125 | 63 | 4.3 | 27,090 |
| 連単 8-2 | 100 | 6 | 48.4 | 29,040 |
| 連単 8-3 | 212 | 12 | 22.9 | 27,480 |
| 連単 8-4 | 205 | 12 | 23.7 | 28,440 |
| 連単 8-5 | 295 | 17 | 16.5 | 28,050 |
| 連単 8-6 | 152 | 9 | 31.9 | 28,710 |
| 連単 8-7 | 909 | 50 | 5.4 | 27,000 |

裁定取引の総購入票数は 241 票

単勝の総発売票数は 937 票

馬番連勝単式の総発売票数は 6,835 票

このレースでは 1 番が出走を取り消したが、返還票数は 0 であった

表 6 2010年6月19日佐賀第8競争において保証利益額が最大になる馬券購入の組合せ

| 種類 | 現実の発売票数 | 裁定取引の購入票数 | 追加購入後のオッズ | 的中時の払戻額 |
|--------|---------|-----------|-----------|---------|
| 単勝 4 番 | 70 | 25 | 9.3 | 23,250 |
| 単勝 5 番 | 91 | 32 | 7.2 | 23,040 |
| 単勝 6 番 | 43 | 15 | 15.3 | 22,950 |
| 単勝 7 番 | 24 | 9 | 26.8 | 24,120 |
| 連単 1-4 | 1598 | 44 | 5.2 | 22,880 |
| 連単 1-5 | 1691 | 47 | 4.9 | 23,030 |
| 連単 1-6 | 564 | 16 | 14.6 | 23,360 |
| 連単 1-7 | 251 | 7 | 32.8 | 22,960 |
| 連単 2-4 | 19 | 1 | 422.8 | 42,280 |
| 連単 2-5 | 22 | 1 | 367.7 | 36,770 |
| 連単 2-6 | 22 | 1 | 367.7 | 36,770 |
| 連単 2-7 | 30 | 1 | 272.8 | 27,280 |
| 連単 3-4 | 27 | 1 | 302.0 | 30,200 |
| 連単 3-5 | 15 | 1 | 528.5 | 52,850 |
| 連単 3-6 | 16 | 1 | 497.4 | 49,740 |
| 連単 3-7 | 19 | 1 | 422.8 | 42,280 |
| 連複 1-2 | 115 | 6 | 41.1 | 24,660 |
| 連複 1-3 | 141 | 7 | 33.6 | 23,520 |
| 連複 2-3 | 20 | 1 | 236.7 | 23,670 |

総購入票数は 217 票

単勝の総発売票数は 1,115 票

馬番連勝単式の総発売票数は 11,335 票

馬番連勝複式の総発売票数は 6,721 票