

賦課方式の年金について

– 基礎給付拡大の資本蓄積、効率性、そして分配の公平性への効果 –*

藤井 隆雄[†], 林 史明[‡], 入谷 純[§]

神戸大学大学院経済学研究科

平成 23 年 4 月 30 日

要旨

賦課方式の年金拡大が資本蓄積、経済厚生、所得分配に及ぼす効果を、二世体重複モデルを用いて考察する。同質家計を前提とする通常の世代重複モデルでは、経路が動学的に効率的ならば、賦課方式の年金の拡大は (i) 資本蓄積を妨げ利子率を上昇させ、その結果、(ii) 経済厚生を悪化させることが知られている。しかし、異質な複数家計が存在する経済では、これらは必ずしも自明ではない。本稿では、異質多数家計のモデルにおいて、これらを再検討する。その結果、(i) は頑健に成立する事を示す。(ii) に関しては、Negishi (1960) で提示された社会厚生の下で、年金の拡大が効率性の減少を引き起こすことを示す。さらに、ベンサム's 厚生やロールズ's 厚生が上昇する例を提示する。また、異質な複数家計が存在するモデルでは、年金の所得分配への効果を考察可能である。われわれは変動係数を前提として、年金が拡大するとき所得分布が平等化するための必要十分条件を提示する。これらの結果は、関数型を特定しない一般的な設定で与えられる。

*本稿は、2010 年度金融学会秋季大会及び財政学会で報告された藤井・林・入谷 (2010) と対をなす論文である。学会で討論者の労を執られた田畑顕准教授 (関西学院大学)、小塩隆士教授 (一橋大学) より藤井・林・入谷 (2010) に有益なコメントを頂いた。特に、小塩隆士教授からこの論文の出発点となるヒントを示唆して頂いた。また、川出真清准教授 (日本大学) より数値計算における社会厚生関数の選択についてコメントを頂いた。記して謝意を表したい。

[†]E-mail:fujii@econ.kobe-u.ac.jp

[‡]E-mail:082e527e@stu.kobe-u.ac.jp

[§]E-mail:iritani@econ.kobe-u.ac.jp

1 はじめに

我が国の公的年金制度は、当初は積立方式であったが、現在では世代間扶養の考え方に立脚した賦課方式で運営されている。さらに、日本では少子高齢化が進行し、年金制度に対する国民の関心は高い。加えて、公的年金は年々増大する社会保障制度の中でもその割合が最大であり¹、その制度改革は経済に重大な影響を及ぼす。日本の年金制度の改革は、平成 16 年 (2004 年) の大規模な改革を含め、賦課方式の継続を前提としたものであった²。

本稿で検討するものは、賦課方式の年金給付の拡大がもたらす効果である。その効果は、相互に関連する (A) 資本蓄積、(B) 経済厚生、(C) 所得分配に与える効果に分類できる。

3つの効果について、これまでの研究結果は次のようにまとめられる。まず、資本蓄積については、経路が動学的に効率的であれば、賦課方式の年金拡大は貯蓄を減少させ、それが資本蓄積の阻害と利子率の上昇という効果を持つ。次に、経済厚生が増加するか否かは、本間・跡田・岩本・大竹 (1987)、本間・跡田・大竹 (1988) 等によって、社会厚生が減少することが示されている。これらは、主にシミュレーションによる研究である。さらに、所得分配の公平に関しては、Shimono and Tachibanaki (1985)、小塩・浦川 (2008) が年金の給付拡大が公平性の上昇に寄与することを示している。不平等を拡大させる可能性を示唆する研究は見あたらない。賦課方式の公的年金制度は、本来、所得の再分配を第一の目的としているので、政策の目的と結果の間に乖離はない。

賦課方式の年金が世代間の再分配をもたらすのは自然である。世代間の再分配は時間を固定して横断面的になされる。しかし、所得分配の公平性は、時間を固定した横断面的な世代間の観点ではなく、むしろ世代内の観点、つまり生涯所得の検討から正しく測ることができる³。従来の研究には、賦課方式の年金が不平等をどのように変化させるかは主にシミュレーションと実証研究によって研究されてきた。しかも、世代間再分配に比して世代内再分配に着目したものは必ずしも多くない。賦課方式の年金が生涯所得の分布を平等化するか否かは「世代間所得再分配」という事実からは必ず

¹平成 20 年度社会保障給付費の総額は 94 兆 848 億円であり、「医療」、「年金」、「福祉その他」の部門別でみた場合、年金は 49 兆 5,443 億円で全体の 52.7%を占める。

²年金制度の改革には、賦課方式から積立方式への移行や八田・小口 (1999) 等にある年金民営化の可能性も存在する。改革では年金の積立方式化や民営化への言及はない (小塩 (2005))。

³貝塚 (2005)、小塩 (2006)、小塩・浦川 (2008) 等を参照のこと。

しも明らかではない。本稿では、同一世代に属する異質な多数家計を考慮し、ある世代の生涯所得の分布が年金の拡大と共に平等化するかどうかを検討し、公平性が上昇する必要十分条件を提示する。

論点 (A), (B) に関する世代重複モデルによる考察には多くの先行研究があるが、先行研究のほとんどは、Auerbach and Kotlikoff(1987) 型の関数型を特定化したライフサイクル一般均衡モデルによる数値解析の手法によって、年金制度の資本蓄積への影響、及び年金改革が世代間格差や就業に対してどのような影響をもたらすかを分析するものである。シミュレーションから政策効果を判断しようとするれば、前提となるパラメータの妥当性が一つの焦点である。モデルの振るまいが現実の数値を支持するかがそのための判断基準となる。そのため、投資、生存確率や遺産などを導入して現実経済に近いモデルを構築することになるが、一方で上村(2004)が指摘しているように、モデルは複雑になり政策的含意がみえにくくなる可能性もある。また、シミュレーション分析における重要なパラメータの選択には避けられない恣意性が残されることも畑農・山田(2007)が言及している通りである。

そこで、本稿では、先行研究同様、Diamond(1965)型のライフサイクル一般均衡モデルを用いるものの、シミュレーションによらず、理論的に年金制度の改編の効果を考察する。これらのテーマには既に多くの先行研究が存在しているが、以下の4点からなる際だった違いを言及しておく。

第1に、上述したように、先行研究の多くはシミュレーション分析であり、分析の性質上、パラメータの選択により結果が異なる⁴。一方、本稿は関数形を特定しない理論モデルを採用するので、この種の問題から自由である。

第2に、先行研究では徴税方式の違いによる影響を研究しているが、本稿では、年金の負担と給付の両者について比例部分と定額部分を考慮する⁵。そして「年金の拡大」は「定額給付の拡大」によって表現され、その財源は、保険料の所得比例部分の負担率(保険料)の上昇によって調達されると想定する。

⁴本間・跡田・大竹(1988)では、パラメータの感度分析を行っており、特に異時点間の代替の弾力性のパラメータはシミュレーション結果(資本蓄積)に大きな影響を及ぼすとしている。また、上村(2004)では移行過程の分析において完全予見と静学的期待のどちらを想定するかによってシミュレーション方法に決定的な差があると指摘している。

⁵上村(2001)では老齢基礎年金と老齢厚生年金が区別されているが、どちらも標準報酬年額に給付率を乗じたものとして定式化がなされており、老齢基礎年金は定額部分ではないとされている。また、宮里・金子(2001)でも所得代替率の引き下げの影響を分析しているが、給付において定額部分は考えられていない。

第3に、先行研究では、3つの論点(A)、(B)、(C)のいずれかを扱っているものの、それらを包括的に扱っているものは少ない。もちろん、世代間の所得分配について、資本蓄積や経済厚生と共にシミュレーション分析を与えているものは存在する。しかし、先行研究では多くの場合、世代内所得分配の公平性についての分析は利子率が外生となっており、部分均衡分析にとどまっている。さらに、世代内の公平性を資本蓄積や経済厚生と共に理論分析を提供しているものは、われわれの知る限り存在しない。

第4に、本稿では、世代内所得分配(生涯所得分配)の不平等を変動させる、これまで知られていない必要十分条件を提示する。世代間再分配に比して世代内再分配に着目したのも必ずしも多くない。われわれが本稿で採用するモデルは一般均衡であるので、年金が要素市場に影響を及ぼし、結果として世代内の所得再分配を伴う。われわれが生涯所得による所得分布をとりあげるといって世代内の公平性を考慮することになる。

本稿の主たる結果を要約すると次のようである。所得に比例する負担率の増加による年金の基礎給付を増加させる政策は(以下、単に「拡大政策」と呼ぶ)、利子率を押し上げて資本蓄積を阻害するという影響をもたらす(資本蓄積への影響)。また、Negishi(1960)的な社会全体の厚生を悪化させる(経済厚生への影響)。拡大政策が資本蓄積を悪化させ、同時に厚生水準を低下させることは様々な研究によっても指摘されるところである。しかし、ほとんどの研究がベンサム的厚生が低下することをシミュレーションによって示しているのに対し、本稿ではNegishi(1960)的社会厚生が低下することを一般的に確立する。一方、他の社会的厚生として、ベンサム型とロールズ型を取り上げるとき、必ずしも厚生を引き下げないことを数値例によって示す。さらに、拡大政策は生涯所得と平均所得の減少とともに所得分配の分散の減少をもたらすことを示す。また、変動係数が減少するための必要十分条件を明らかにした(所得分配への影響)。言い換えると、拡大政策が不平等を拡大させる可能性がある。これまでの研究では、年金給付の充実が不平等を減少させることが指摘されている。したがって、この結果は重要である。また、拡大政策が配分を変更することによって、Negishi(1960)の社会厚生関数の各家計に付される重要度に変化をもたらす。拡大政策では、ある条件の下で、低所得者の社会的重要度が増加し、同時に高所得者の重要度が減少する。つまり、社会厚生が関数として平等化する事が示される。そして、その条件は不平等が平等化する条件と同一となる。

本稿の構成は、以下の通りである。まず、2節でモデルを提示し、4節、5節で定常均衡が存在することの確認と、年金政策が資本蓄積、厚生、所得分配の公平性に与える影響を考察する。最後に6節で結論を述べる。

2 モデル

賦課方式の年金制度を前提とする二世帯重複モデルを構築する。年金制度は世代間のみならず世代内の所得の再分配をする機能を持っている。世代内の所得再分配を考慮するには世代内の所得の違いが前提である。そのため、本稿では同一世代の個人間に労働効率性の違いがあり、労働効率性はある分布に従うと想定する。

2.1 賦課方式の年金

経済の構成員は、現役期に賃金所得 W を得、所得比例部分 τW と定額部分（基礎部分） T で構成される年金保険料を払う。また、高齢期においては貯蓄に加えて、所得比例部分 bW と定額部分（基礎部分） B で構成される年金を消費可能である。従って、利子率を r とすると各人の生涯所得は、

$$(1 - \tau)W - T + \frac{bW + B}{1 + r} \quad (1)$$

となる。ここで、 $(1 - \tau)W - T$ は現役期の可処分所得、 $(bW + B)/(1 + r)$ は高齢期の年金所得の割引現在価値である。

以上の関係を時間変数を明らかにして表示すれば次のようになる。 t 期の第 j 個人の賃金を W_t^j とする。 t 時点の定額部分を T, B_t と書けば、賦課方式を採用した場合、 t 期に政府が保険料収入と年金給付を均衡させるためには、

$$\sum_j (\tau_t W_t^j + T) = \sum_j (bW_{t-1}^j + B_t) \quad (2)$$

が成立しなければならない⁶。ここで T, b に時間の添え字を附していないのはこれらを時間を通じて一定と考えるからである。また、年金収支の均等 (2) が成立するためには、 τ_t, T, b, B_t の一つは独立でないことに注意が必要である。

各人が有する h 種類の労働効率性を正の数 $a_1, a_2, \dots, a_h, (a_j < a_{j+1})$ によって表

⁶政府部門には公的年金制度のみが存在し、政府支出や税は存在しないと仮定する。

現し、それぞれの労働効率性を有する人の密度を、 d_1, d_2, \dots, d_h とする。これらは、 $\sum_{i=1}^h d_i = 1, d_i \geq 0$ を満たす。 a_j, d_j は時間を通じて一定とする。 t 期における現役世代の総人口を N_t と表すと、労働効率性 a_j を有する個人が社会に存在する割合は、 $d_j N_t, j = 1, 2, \dots, h$ となる。 t 期に存在する労働力 L_t を、

$$L_t = (a_1 d_1 + a_2 d_2 + \dots + a_h d_h) N_t = \sum_{j=1}^h a_j d_j N_t \quad (3)$$

とする。労働効率性と所得との関係は以下で説明する。

2.2 生産者

生産は資本 K と労働 L によってなされ、その技術関数 $F(K, L)$ によって表す。 F については一次同次で、2 回連続微分可能な凹関数であり、時間を通じて変化しないものとする。 F の偏導関数については、

仮定 1 (限界生産力と生産要素)

$$F_K = \frac{\partial F}{\partial K}(K, L) > 0, F_L = \frac{\partial F}{\partial L}(K, L) > 0,$$

$$F_{KK} = \frac{\partial^2 F}{\partial K^2}(K, L) < 0, F_{LL} = \frac{\partial^2 F}{\partial L^2}(K, L) < 0,$$

が成立する。

これらは限界生産力は正であるが逓減することを意味している。さらに、一次同次性より $f(k) = F(k, 1), k = K/L$ とすれば、したがって、 $f'(k) > 0$ かつ $f''(k) < 0$ である。

さらに、 $F(K, L)$ は稲田条件を満たすと仮定する。すなわち

$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty \quad \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0.$$

を仮定する。

また、時間を通じて生産物価格は 1 に規準化する。 w_t, r_t をそれぞれ t 期の賃金と利子率とする。生産者の t 期の利潤最大化行動の必要条件は、

$$F_K = \frac{\partial F}{\partial K}(K_t^d, L_t^d) = r_t, \quad F_L = \frac{\partial F}{\partial L}(K_t^d, L_t^d) = w_t \quad (4)$$

である。これを満たすように資本需要と労働需要 (K_t^d, L_t^d) が決定される。生産技術が一次同次であると仮定されているため、生産のサイズは労働供給で決まる。つまり、労働需要を $L_t^d = L_t$ とする。従って、(4) の第 1 式から資本需要 $K_t^d(r_t)$ が決定され、第 2 式は w_t の定義式であると考えることができる。

$k = K/L$ とすれば $Lf(k) = F(K, L)$ であるから、 $f(k) - kf'(k) = F_L$ を考慮すると

$$f(k(r_t)) - k(r_t)f'(k(r_t)) = w_t, \quad k(r_t)L_t = K_t^d(r_t)$$

となる。第 1 式は w_t の定義式であり、 $F_K(K_t^d(r_t), L_t) = r_t$ は恒等式であるから、

$$\frac{dK_t^d}{dr_t} < 0, \quad \frac{dw_t}{dr_t} < 0 \quad (5)$$

が得られる。

2.3 家計と政府

t 期に家計がどのような行動をするかを説明する。 t 期の家計は、高齢者世代と現役世代とから成る。それぞれ、人口は N_{t-1}, N_t である。それぞれの世代において労働効率性の分布は同一と仮定する。高齢者世代は、自己が現役であった時代を通じて将来を見越して総額で S_{t-1} の貯蓄をしてきたものとする。貯蓄の結果、資本 $K_t (= S_{t-1})$ を有している一方、賃金所得を持たないとする。

他方、現役世代は労働力 L_t を有し、市場で決定される利子率 r_t と賃金 w_t にしたがって、生涯に関する消費計画、投資計画を立案する。一方、現役世代は t 時点で資産を保有していないものとする。労働効率性 a_i を持つ現役世代は、賃金所得 $W_t^i = a_i w_t$ を得る。さらに、年金の負担を考慮すると現役世代の可処分所得は、 $(1 - \tau_t)a_i w_t - T$ となる。また、労働効率性 a_i を有した高齢者世代は、 $ba_i w_{t-1} + B_t$ の年金と、利子所得 $r_t s_{t-1}$ を受け取る。したがって、 t 期の所得分布は、

$$(1 - \tau_t)a_i w_t - T \text{ の可処分所得を得る現役世代 } d_i N_t \text{ 人, } i = 1, \dots, h$$

$$ba_i w_{t-1} + B_t + r_t s_{t-1}^i \text{ の可処分所得を得る高齢者世代 } d_i N_{t-1} \text{ 人, } i = 1, \dots, h$$

となる。

家計は共通の効用関数 $u(c_t, c_{t+1})$ を持つものとする。効用関数 $u : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}$ は、2 回連続微分可能である。さらに、

仮定 2 (準凹関数) (1) 非負象限 \mathbb{R}_+^2 で連続かつ準凹関数 (quasi-concave) であり、 \mathbb{R}_{++}^2 において厳密に増加的、厳密な準凹関数である。

(2) $\forall x_1 \geq 0, \forall x_2 \geq 0, u(x_1, 0) = u(0, x_2) = \inf\{u(x_1, x_2) | (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2\}$

の 2 条件を満たすとする。

労働効率性 a_i を持つ t 時点の現役世代の効用最大化問題は、

$$\max u(c_t^{yi}, c_{t+1}^{oi}) \quad \text{sub to} \quad \begin{cases} c_t^{yi} + s_t^i = (1 - \tau_t)a_i w_t - T, \\ c_{t+1}^{oi} = (1 + r_{t+1})s_t^i + ba_i w_t + B_{t+1} \end{cases} \quad (6)$$

となる。ここで、 c_t^y, c_{t+1}^o は t 期の現役世代で労働効率性 a_i を有する者の現役期の消費、高齢期の消費を表す。 c_t^y は今期の消費需要となり、 c_{t+1}^o は現役時点の貯蓄 s_t^i と高齢期の年金給付から財源調達される。 s_t^i は、次期 $t+1$ 期に資本として供給されるものであるが、今期では新資本財としての需要である。最大化問題を次のように書き換えることができる。

$$\max u(c_t^{yi}, c_{t+1}^{oi}) \quad \text{sub to} \quad c_t^{yi} + \frac{c_{t+1}^{oi}}{1 + r_{t+1}} = I_t^i \quad (7)$$

ここで、 I_t^i は労働効率性 a_i をもつ家計の生涯所得であり、次のように定義する。

$$I_t^i \stackrel{\text{def}}{=} (1 - \tau_t)a_i w_t - T + \frac{1}{1 + r_{t+1}}(ba_i w_t + B_{t+1}) \quad (8)$$

内生変数 r_{t+1}, w_t, τ_t と本稿で注目するパラメータ B_{t+1} とを明示して、生涯所得を関数で、 $I_t^i(r_{t+1}, w_t, \tau_t, B_{t+1})$ と書く。他方、高齢者世代の予算制約によって、

$$c_t^o = \sum_{i=1}^h c_t^{oi} d_i N_{t-1} = \sum_{i=1}^h \{(1 + r_t)s_{t-1}^i + ba_i w_{t-1} + B_t\} d_i N_{t-1}$$

を得る。

次に政府について考察する。賦課方式において、政府は現役世代からの保険料収入と高齢者世代への年金支出を一致させる必要がある。したがって、

$$\sum_{i=1}^h (\tau_t a_i w_t + T) d_i N_t = \sum_{i=1}^h (ba_i w_{t-1} + B_t) d_i N_{t-1} \quad (9)$$

となる。左辺が保険料収入、右辺が年金支出である。

3 逐次的均衡経路 – B の増加を τ でファイナンスする

t 期の消費財の需給バランスは、政府の予算が均等し、かつ、資本市場が均衡していれば、

$$\sum_{i=1}^h (c_t^{yi} + s_t^i) d_i N_t + \sum_{i=1}^h c_t^{oi} d_i N_{t-1} = F(K_t, L_t) + K_t \quad (10)$$

となる。実際、左辺は次のように変形される。

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^h (a_i w_t - \tau a_i w_t - T_t) d_i N_t + \sum_{i=1}^h (b a_i w_{t-1} + B + (1 + r_t) s_{t-1}^i) d_i N_{t-1} \\ = & \sum_{i=1}^h a_i w_t d_i N_t - \sum_{i=1}^h (\tau a_i w_t + T) d_i N_t + \sum_{i=1}^h (b a_i w_{t-1} + B) d_i N_{t-1} \\ & + (1 + r_t) \sum_{i=1}^h s_{t-1}^i d_i N_{t-1} = w_t \sum_{i=1}^h a_i d_i N_t + (1 + r_t) K_t \\ = & w_t L_t + r_t K_t + K_t = F(K_t, L_t) + K_t = \text{右辺} \end{aligned}$$

となるから、需給バランスは恒等的に成立する。これは、ワルラス法則の意味するところである。

供給された労働力がそのまま雇用されるため労働市場は自動的にバランスする。これまでの議論によって、労働市場と財市場の均衡は示された。そこで、次に検討すべきは t 期になされる貯蓄が $t + 1$ 期の資本需要と一致する資本市場の均衡である。すなわち、次期の r_{t+1} の決定が問題となる。まず、 $t + 1$ 期の労働力は、

$$L_{t+1} = \sum_{i=1}^h a_i d_i N_{t+1}$$

となる。生産側では、 K_{t+1} を未知数として、

$$\frac{\partial F}{\partial K_{t+1}}(K_{t+1}, L_{t+1}) = r_{t+1}$$

となるように $K_{t+1}^d(r_{t+1})$ を決める。他方、供給は $\sum_{i=1}^h s_t^i(r_{t+1}) d_i N_t$ であるので資本市場の需給バランスは

$$K_{t+1}^d(r_{t+1}) = \sum_{i=1}^h s_t^i(r_{t+1}) d_i N_t \quad (11)$$

であり、これを満たすように r_{t+1} が決定される。

経済の時間経路を確定するには第 1 期の諸変数の決定を示すと十分である。

$t = 1$ のとき、 $K_1, w_0, s_0^i, N_t (t = 0, 1, 2, \dots), d_i, a_i$ および $T, b, B_t (t = 0, 1, 2, \dots)$ は外生的に与えられている。第 1 期の高齢世代には年金の対象となる賃金 w_0 があったものとし、さらに貯蓄総額 $\sum_{i=1}^h s_0^i(r_1)d_i N_0$ を持っているとして仮定する。生産物価格は 1 に固定されており、競争的な資本財市場において、限界生産力 $F_K(K_1, L_1)$ は第一期のレンタル料率 r_1 と一致する。これにより、 $r_1 = F_K(K_1, L_1)$ を r_1 の定義式と見ることができる。同様に、第一期の賃金率は労働の限界生産力と一致する、すなわち、 $w_1 = F_L(K_1, L_1)$ と見ることができる。また、政府は、

$$\sum_{i=1}^h (\tau_1 a_i w_1 + T) d_i N_1 = \sum_{i=1}^h (b a_i w_0 + B_1) d_i N_0$$

となるように τ_1 を決める。第 1 期の現役世代は t 期の現役世代と同様の最大化問題を解く。第 1 期の財の需給バランスは t 期のそれと同じである。さらに、第 2 期における資本市場の需給バランスは、

$$K_2^d(r_2) = \sum_{i=1}^h s_1^i(r_2) d_i N_1 \quad (12)$$

となり、これを満たすように r_2^* が決まる。その結果、第 2 期の資本は $K_2 = K_2^d(r_2^*)$ と決定され、第 2 期につながっていく。

以上により、 $t \geq 2$ のとき、 r_t, L_t, K_t が前期により決まっている。(4)、(9)、(11) 式は、

$$\begin{aligned} F_L(K_t^d, L_t) &= w_t \\ \sum_{i=1}^h (\tau_t a_i w_t + T) d_i N_t &= \sum_{i=1}^h (b a_i w_{t-1} + B_t) d_i N_{t-1} \\ K_{t+1}^d(r_{t+1}) &= \sum_{i=1}^h s_t^i(r_{t+1}) d_i N_t \end{aligned}$$

となる。これらは、未知数 w_t, τ_t, r_{t+1} に関する方程式である。ここで、 $K_{t+1}^d(r_{t+1})$ は $F_K(K_{t+1}^d, L_{t+1}) = r_{t+1}$ の解である。 T, b, B_t はパラメータであり、 $d_i, a_i, N_t (t = 0, 1, 2, \dots)$ は外生的に与えられる。

以上によって、一時均衡は (4)、(9)、(11) によって記述される。つまり、初期条件として初期の高齢者世代の所得が決まればその後の動学的経路は決まることを意味している。この中で (4)、(9) は w_t, τ_t の定義式であると言える。

したがって、均衡経路の存在は (11) 式と (12) 式に解があることに帰着する。

資本需要は $F_K(K_{t+1}, L_{t+1}) = r_{t+1}$ を満たす。これを解いたものが、 $K_{t+1}^d(r_{t+1})$ である。 $k(r_{t+1}) = K_{t+1}^d(r_{t+1})/L_{t+1}$ とすれば、 $K_{t+1}^d(r_{t+1}) = L_{t+1}k(r_{t+1})$ である。

また、

$$r_{t+1} = f'(k(r_{t+1})), \quad 1 = f'' \frac{dk}{dr_{t+1}}$$

であるから稲田条件を前提とすると、 $r_{t+1} > 0$ であれば、 $k(r_{t+1}) < \infty$ 、また、 $r_{t+1} < \infty$ であれば、 $k(r_{t+1}) > 0$ でなければならない。

ここで、 $t+1$ 期の資本の供給は前期に計画された貯蓄である、つまり、 $\sum_{i=1}^h s_i^j(r_{t+1})d_i N_t = S_t(r_{t+1})$ である。われわれは、次を仮定する。

仮定 3 $dS_t(r_{t+1})/dr_{t+1} \geq 0$ かつ、ある \hat{r} に対して、 $S_t(\hat{r}) > 0$ である。

従って、 r_{t+1} が十分大きいと $S_t(r_{t+1}) > K_{t+1}^d(r_{t+1})$ となる。十分小さな r_{t+1} に対して $K_{t+1}^d(r_{t+1}) > S_t(r_{t+1})$ となり、十分大きな r_{t+1} に対して $K_{t+1}^d(r_{t+1}) < S_t(r_{t+1})$ となる。よって、ある r^* が一意に存在して $K_{t+1}^d(r^*) = S_t(r^*)$ を成立させ、一時均衡が存在する。

以上の結果をまとめると、次のようである。

定理 1 生産関数について一次同次性、稲田条件、仮定 1 が満たされ、家計について仮定 2、3 が成立すれば、年金制度のもとで一意的な動的経路が存在する。

4 定常均衡

4.1 モデルの体系

前節において初期の経済状態が決まれば、各時点での一時均衡を通じて動的経路が決定される⁷。

動的経路そのものを研究することは極めて興味深いテーマである。しかしながら、それを表現する数学的手法は、われわれの知るかぎり未だ発見されていない。多くは、動的経路が定常経路に収束したと考え、その定常経路の性質を考察することによ

⁷初期の経済状態については、3 の $t = 1$ 時点での議論を、各時点については $t \geq 2$ 時点での議論を参照のこと。

て経済がどのようにふるまうかを研究している⁸。われわれもそれに倣い、定常均衡の分析を行う。

以下、時間を表す添え字 t を各方程式から除く作業をする。すなわち

$$s_t^i = s^i, c_t^y = c^y, c_t^o = c^o, K_t = K, N_t = N, L_t = L, \\ w_t = w, r_t = r, \tau_t = \tau, B_t = B, I_t^i = I^i \quad t = 1, 2, \dots$$

とする。このとき、 $L = \sum_{i=1}^h a_i d_i N$ であるので、連立方程式 (4) (9) (11) は、

$$r - F_K(K^d, L) = 0, \quad w - F_L(K^d, L) = 0 \quad (13a)$$

$$\sum_{i=1}^h (\tau a_i w + T) d_i N - \sum_{i=1}^h (b a_i w + B) d_i N = 0 \quad (13b)$$

$$K^d - \sum_{i=1}^h s^i(w, \tau, r, B) d_i N = 0 \quad (13c)$$

となる⁹。これは、内生変数を (w, r, K^d, τ) とし、パラメーターが B の方程式となる。

ここで次のことに注意をしておく。需要関数を $c^y(r, I^j), c^o(r, I^j)$ と書く。

(13a)–(13c) の解の性質を調べるために次の仮定をおく。

仮定 4 $\tau > b$.

仮定 4 は、平均負担率が所得と共に増加するという特徴を持ち、租税の累進性と同じ構造を持つ。また、式 (13b) から $(\tau - b) \sum_{i=1}^h a_i w d_i = B - T$ となるので、仮定 4 は $B > T$ を意味する。このような意味で、仮定 4 は年金制度が再分配目的となっている。

4.2 ヤコビアン の 符 号

式 (13a) から式 (13c) の左辺は、それぞれ連続的な導関数を持つ。そこで、陰関数定理が適用できるかを検討するためにヤコビアン の 符 号 を 検 討 す る。そのために、方程式の数を減少させる工夫をする。

式 (13a) の最初の式より、 $K^d(r)$ が解ける。次に、式 (13a) の第 2 の式より、

$$w = F_L(K^d(r), L) = w(r)$$

⁸Diamond(1965) 参照。

⁹ここでの貯蓄関数 s^i の表記は、前節までとは異なっている。これは後の議論を考慮し、パラメータを明示しているためである。

となるから、これらを式 (13b)、(13c) に代入し、式 (13c) に $1+r$ を乗じると、

$$\sum_{i=1}^h (\tau a_i w(r) + T) d_i - \sum_{i=1}^h (b a_i w(r) + B) d_i = 0 \quad (14a)$$

$$(1+r)K^d(r) - (1+r) \sum_{i=1}^h s^i(w(r), \tau, r, B) d_i N = 0 \quad (14b)$$

となり、未知数 r, τ に関する 2 本の方程式となる。

ここで、年金受給者の制約条件 (7) 式から、各個人の生涯を通じた所得を

$$I^i \stackrel{\text{def}}{=} (1-\tau)a_i w(r) - T + \frac{b a_i w(r) + B}{1+r}, \quad i = 1, 2, \dots, h$$

とおくと、各個人の貯蓄と総貯蓄は、それぞれ

$$(1+r)s^i = c^{oi}(r, I^i) - (b a_i w + B), \quad S = \sum_{i=1}^h s^i d_i N$$

と書ける。これを式 (14b) に代入すると、

$$(1+r)K^d(r) - \sum_{i=1}^h \{c^{oi}(r, I^i) - (b a_i w(r) + B)\} d_i N = 0 \quad (15)$$

となる。

式 (14a) (15) について未知数 r, T に関するヤコビ行列は、

$$J = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^h (\tau - b) a_i d_i \frac{dw}{dr} & \sum_{i=1}^h a_i w(r) d_i \\ K^d + (1+r) \frac{dK^d}{dr} - \left(S + (1+r) \frac{\partial S}{\partial r} \right) & \sum_{i=1}^h \frac{\partial c^{oi}}{\partial I^i} a_i w d_i N \end{bmatrix}$$

である。均衡においては $K^d = S$ であるから、ヤコビアン $|J|$ は次のようになる。

$$|J| = \sum_{i=1}^h (\tau - b) a_i d_i \frac{dw}{dr} \sum_{j=1}^h \frac{\partial c^{oj}}{\partial I^j} a_j w d_j N - (1+r) \sum_{i=1}^h a_i w(r) d_i \left(\frac{dK^d}{dr} - \frac{\partial S}{\partial r} \right)$$

さて、ヤコビアン $|J|$ の符号は、比較動学分析のためには重要である。しかし、上式からだけでは、その符号を決定することができない。そこで、一時均衡における価格の模索過程の局所安定性から符号を定めることとする。すなわち、(14a) と (14b) の左辺を r, τ の関数と見てそれぞれ $\psi_1(r, \tau), \psi_2(r, \tau)$ とすると、動学方程式 $\dot{r} = \psi_2(r, \tau), \dot{\tau} = -\psi_1(r, \tau)$ が局所的に安定な条件は、 $|J| > 0$ である。従って、われわれは次の正規性条件を仮定する。

仮定 5 一時均衡における価格の模索過程は局所安定的である。すなわち、 $|J| > 0$ である。

5 比較動学分析

本稿においてわれわれは、定常均衡に着目し

政策：年金における給付の基礎部分 (B) を増加させ、同時に年金負担の報酬比例部分 (τ) の変動によって財源調達をする

が定常均衡にどのような効果を及ぼすかを考察する。ここで、年金負担の報酬比例部分 (τ) の変動による財源調達を想定していることに着目しておく必要がある。このことは負担の定額部分 (T) で財源調達する場合よりも高い累進構造を仮定していることになり、結果として公平性改善に寄与する方向での財源調達方法となっている。

この時、仮定 5 に加えて、

仮定 6 老齢期の限界消費性向の平均値が正値 $\bar{c} > 0$ である、

を追加的に仮定する。得られる効果は以下の 3 つである。

1. 第 1 は、資本蓄積への影響である。この問題の根本は、政策が資本蓄積を阻害するかどうかにある。われわれは、年金給付の基礎部分の増加が利子率を押し上げ、資本蓄積を阻害することを示す。
2. 考察すべき第 2 は、厚生への効果である。年金給付の基礎部分の増加が社会全体の厚生を悪化させるかどうかを検討する。Negishi(1960) の貢献によって、競争均衡がある正の定数をウエイトとする効用関数の和を最大化することが知られている。しかも、その正の定数のウエイトは家計の所得の限界効用の逆数に一致することが知られている。われわれは、現在の政策がこの社会的厚生を減少させることを示す。
3. 第 3 は、所得分配への効果である。年金給付の基礎部分の増加によって同一世代内での所得がどのように変化するかが問題である。われわれは、生涯所得、平均所得のいずれもが減少することを示し、不平等 (所得分布の変動係数) が縮小する必要十分条件を与える。

内生変数 $r, I^j, w, K, \tau, c^{kj}, k = y, o$ は合成関数を通じて最終的にはパラメータ B の微分可能な関数になる。この意味で、

$$\begin{aligned}\tilde{I}^j(B) &= I^j(r(B), \tilde{w}(B), \tau(B), B), & \tilde{w}(B) &= w(r(B)) \\ \tilde{c}^{kj}(B) &= c^{kj}(r(B), \tilde{I}^j(B)), & k = y, o, & \tilde{K}(B) = K(r(B))\end{aligned}$$

と書く。

5.1 資本蓄積への影響

$|J| \neq 0$ であれば、陰関数定理より内生変数 r, τ はパラメータ B の微分可能な関数として表現できる。よって、式 (14a) (15) から、

$$J \begin{bmatrix} \frac{dr}{dB} \\ \frac{d\tau}{dB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sum_{i=1}^h \left(\frac{\partial c^{oi}}{\partial I^i} \frac{1}{1+r} - 1 \right) d_i N \end{bmatrix}$$

となる。高齢期の消費が正常財であれば、仮定 5 を考慮して

$$\frac{dr}{dB} = \frac{\sum \frac{\partial c^{oi}}{\partial I^i} a_i w d_i N - \sum a_i w d_i \sum \left(\frac{\partial c^{oi}}{\partial I^i} \frac{1}{1+r} - 1 \right) d_i N}{|J|}$$

となる。分子の第 2 項は負値である。なぜならば、現役期、高齢期の消費は正常財であるから、 $0 < \partial c^{oi} / \partial I^i < 1$ が成立するからである。よって、

$$\frac{dr}{dB} > 0 \quad (16)$$

が成立する。(14a) と (16) より

$$\frac{d\tau}{dB} \sum_{i=1}^h a_i w d_i = (b - \tau) \sum_{j=1}^h a_j \frac{dw}{dr} \frac{dr}{dB} d_j + 1 > 1 \quad (17)$$

が得られる。したがって、

$$\frac{d\tilde{K}(B)}{dB} = \frac{dK}{dr} \frac{dr}{dB} = \frac{1}{F_{KK}} \frac{dr}{dB} < 0 \quad (18)$$

を得る。すなわち、次の結果が得られる。

定理 2 仮定 5, 6 のもとで給付の定額部分の増加は利子率を上昇させ、資本蓄積を阻害する。

これは、 B の増加がクラウディングアウト的な効果をもたらすことを意味する。

5.2 厚生効果

前項では基礎給付の拡大が資本蓄積を阻害し、利子率を上昇させることが示された。要素価格フロンティアの性質より、これは賃金を下落させる。したがって、もし経済が同質的な個人から構成される、あるいは、一人の家計と見なすことができるならば、家計の将来の受け取り予定所得の現在価値、つまり、生涯所得を減少させる。これは、基礎給付の拡大が経済厚生に負の影響を与える。これは、Blanchard and Fisher(1989)、De la Croix(2002)、Heijdra(2009)等でも指摘されている。この内容は異質多数家計経済下でも成立することが予想される。以下これを厚生減少の予想と呼ぶ。しかし、この説得的な予想は、本稿のように異質な多数家計が1世代に存在するモデルでは必ずしも成立しない。実際、ベンサム的社会厚生関数とロールズ的社会厚生関数についてこの予想が成立しない計算例を提示することができる。一方、社会厚生関数としてNegishi(1960)で提案されたものを使うならば、一般的な設定で、厚生減少の予想に肯定的な結果を出すことができる。この事実は、一人経済での厚生減少が、異質家計を含む経済において年金の基礎給付の拡大がNegishi(1960)的な社会厚生を減少させることの補題であることを意味する。

計算例 われわれは、1世代が2種類の家計からなり、効用関数がコブ・ダグラス型

$$u_i(c^{yi}, c^{oi}) = \{c^{yi}\}^{\alpha_i} \{c^{oi}\}^{\beta_i}, \quad i = 1, 2$$

であると仮定する。ここで、 $0 < \alpha_i < 1, 0 < \beta_i < 1, \alpha_i + \beta_i < 1, i = 1, 2$ である。生産関数を

$$CK^\delta L^{1-\delta}, \quad 0 < \delta < 1$$

とする。ベンサム的社会厚生を $W_{Ben} = \sum_{i=1}^2 u_i d_i$ 、ロールズ的社会厚生を $W_R = \min(u_1, u_2)$ とする。この時、表1に示した通り、2つの経済について均衡となる τ が得られ、 B が増加した時に W_{Ben} と W_R が増加する例が表1に示されている。

社会厚生関数として、ベンサム社会厚生とロールズ社会厚生に加えて、 $\int G(u_i) di$, $G(u_i) = -\frac{\exp^{-\beta u_i}}{\beta}$ や、 $\frac{\sum_i u_i^{1-\rho} - a}{1-\rho}$ も最適課税の議論でよく用いられる。これらは、パラメーターの値によってベンサム社会厚生あるいはロールズ社会厚生に近づく。表1の各ケースについて、これらの二つ社会厚生関数を用いて計算してみると、厚生が増加する結果が得られる。

表 1: B の増加に対する W_{Ben} と W_R への影響

	ケース 1	ケース 2
(α_1, β_1)	(0.2919, 0.5081)	(0.3496, 0.4504)
(α_2, β_2)	(0.6620, 0.1380)	(0.08165, 0.7183)
(a_1, a_2)	(6.834, 0.02374)	(8.714, 0.4412)
(d_1, d_2)	(0.1370, 0.8630)	(0.2475, 0.7525)
(C, δ)	(10, 0.2606)	(10, 0.2032)
(τ, b, B, T)	(0.21, 0.2, 0.5, 0.4)	(0.2037, 0.2, 0.5, 0.4)
$\frac{dW_{Ben}}{dB}$	0.06058 > 0	0.01900 > 0
$\frac{dW_R}{dB}$	0.4440 > 0	0.2868 > 0

Negishi(1960) 的社会厚生 ここでは、厚生減少の予想が Negishi(1960) 的社会厚生を採用することによって実現することを示す。

財市場の均衡条件より

$$\sum_{j=1}^h \tilde{c}^{yj}(B) d_j N + \sum_{j=1}^h \tilde{c}^{oj}(B) d_j N = F(\tilde{K}(B), L)$$

$$\text{ここで } \tilde{K}(B) = \sum_{j=1}^h \tilde{s}^j(B) d_j N, \quad \tilde{s}_j(B) \stackrel{\text{def}}{=} (1 - \tau) a_j \tilde{w}(B) - T(B) - \tilde{c}^{yj}(B)$$

である。これは B の恒等式であるから、(17) より、

$$(1 + r) \sum_{j=1}^h \frac{d\tilde{c}^{yj}}{dB} d_j + \sum_{j=1}^h \frac{d\tilde{c}^{oj}}{dB} d_j = r \sum_{j=1}^h \left(-\frac{d\tau}{dB} a_j \tilde{w} + (1 - \tau) a_j \frac{d\tilde{w}}{dB} \right) d_j N < 0 \quad (19)$$

である。さて、個人 j の効用を B による間接効用で表し、 $V_j(B) = u_j(\tilde{c}^{yj}(B), \tilde{c}^{oj}(B))$

とすれば、家計 j の厚生の変動は

$$\frac{dV_j}{dB} = \lambda_j \frac{d\tilde{c}^{yj}}{dB} + \lambda_j \frac{1}{1+r} \frac{d\tilde{c}^{oj}}{dB}$$

である。ここで、 λ_j は家計 j の効用最大化におけるラグランジュ乗数で正值である。

ここで、Negishi(1960) による社会的厚生関数

$$\sum_{j=1}^h \alpha_j u_j(\tilde{c}^{yj}, \tilde{c}^{oj}) d_j N, \quad \alpha_j = 1/\lambda_j, j = 1, 2, \dots, h \quad (20)$$

を利用する。(19) によって、

$$\frac{d}{dB} \sum_{j=1}^h \alpha_j u_j(\tilde{c}^{yj}(B), \tilde{c}^{oj}(B)) d_j N = \frac{1}{1+r} \sum_{j=1}^h \left((1+r) \frac{d\tilde{c}^{yj}}{dB} + \frac{d\tilde{c}^{oj}}{dB} \right) d_j N < 0$$

を得る。以上によって次の命題を得る。

定理 3 仮定 5,6 が満たされると、年金給付の基礎部分の増加は Negishi(1960) 的な社会的厚生を減少させる。

この結果は厚生減少の予想が negishi 的社会厚生のもとで成立することを示している。これは、「年金給付の基礎部分を増加させ、所得比例部分を縮小することが望ましい」という世間一般の通念に反する事実である。さらに、Negishi (1960) の貢献によれば、

『競争均衡配分は、社会的厚生関数 (20) を実行可能な資源配分の制約の中で最大化する』

ことが知られている。すなわち、市場において達成される競争均衡の効率性と Negishi 的社会的厚生関数との間には密接な関係がある。したがって、定理 3 を、年金の基礎給付の拡大が市場的効率性を減少させると解釈できる。

5.3 所得分配・公平性への影響

次に、世代内の所得分配の公平への効果について考察する。世代内の所得分布とは、同一世代に属する人々の生涯所得の分布であると仮定する¹⁰。

生涯所得 \tilde{I}^j に関する平均、標準偏差、変動係数を μ, σ, CV と書く。 B の関数としての生涯所得を次のように定義する¹¹。

$$\tilde{I}^i \stackrel{\text{def}}{=} (1 - \tau(B)) a_i \tilde{w}(B) - T + \frac{b a_i \tilde{w}(B) + B}{1 + r(B)}, \quad i = 1, 2, \dots, h$$

従って、

$$\frac{d\tilde{I}^j}{dB} = -\frac{d\tau}{dB} a_j w + \left(\left(1 - \tau + \frac{b}{1+r} \right) a_j \frac{dw}{dr} - \frac{b a_j w + B}{(1+r)^2} \right) \frac{dr}{dB} + \frac{1}{1+r} \quad (21)$$

¹⁰一方、世代間所得分布とは、同一時点に属する様々な世代からなる所得分布である。

¹¹貝塚 (2005)、小塩 (2006)、小塩・浦川 (2008) で述べられているように、所得分配の公平性については、年間所得ベースではなく、生涯所得ベースで考えることが適切である。

が得られる。 $\tau - b > 0$ と高齢期の消費が正常財が仮定されているので、 $dr/dB > 0$ が得られている。(17) より $d\tau/dB > 0$ が既知である。従って、(21) の右辺第一項と第二項は負値であるが、第三項が正値であるため、あらゆる家計の生涯所得は B の増加に応じて減少するかを判定することはできない。平均所得を $\mu = \sum_{i=1}^h I^i d_i$ とすると、(17) より

$$\begin{aligned} \frac{d\mu}{dB} &= \sum_{i=1}^h \frac{d\tilde{I}^j}{dB} d_i \\ &= \sum_{j=1}^h \left(\left(1 - \tau + \frac{b}{1+r} \right) a_j \frac{dw}{dr} - \frac{ba_j w + B}{(1+r)^2} \right) d_j \frac{dr}{dB} + \frac{1}{1+r} - \frac{d\tau}{dB} \sum_{j=1}^h a_j w d_j \\ &< 0 \end{aligned}$$

となる。また、生涯所得の分散に関しては、

$$\frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dB} < 0 \quad (22)$$

が成立する¹²。

所得分配の不平等度を変動係数によって考察する。変動係数は、

$$CV = \sqrt{\sum_{j=1}^h d_j \left(\frac{\tilde{I}^j}{\mu} \right)^2} - 1$$

であり、年金定額部分 B の変動による CV^2 の変化は、

$$\frac{dCV^2}{dB} = \frac{2}{B\mu^3} \phi(B)^2 \rho(B) \sigma_a^2 \left(\left(-\frac{B\rho'(B)}{\rho(B)} \right) - \left(-\frac{B\phi'(B)}{\phi(B)} \right) \right) \quad (23)$$

となる¹³。ここで、

$$\begin{aligned} \phi(B) &= (1 - \tau)w + bw/(1+r), \quad \phi'(B) = \frac{d((1 - \tau)w + bw/(1+r))}{dB}, \\ \rho(B) &= -T + B/(1+r), \quad \rho'(B) = \frac{d(-T + B/(1+r))}{dB} \end{aligned}$$

と定義する。すなわち、 $\phi(B)$ は賃金 $a_i w$ に比例する部分であり、 $\rho(B)$ は年金制度によって実現する所得移転部分である。前者を生涯所得の賃金比例部分、後者を生涯所得の移転部分と呼ぶ。

¹²詳細は付録を参照。

¹³詳細は付録を参照。

また、 $\phi(B) > 0$, $\phi'(B) < 0$, $\rho'(B) < 0$ は明らかであるが、 $\rho(B)$ の符号は必ずしも明らかではない。 $-B\phi'/\phi$ は B の変動がもたらす賃金比例部分の弾力性、 $-B\rho'/\rho$ は B の変動がもたらす移転部分の弾力性である。

以上により、次の主張が可能である。

定理 4 定額給付の増加を報酬比例負担によって財源調達するとき、仮定 5,6 のもとでは、

- 1) 平均所得と分散は減少する。
- 2) $-B\phi'/\phi > -B\rho'/\rho$, すなわち、生涯所得の賃金比例部分の弾力性が生涯所得の移転部分の弾力性より大きいとき、かつその時に限り、不平等は縮小する。逆であれば、不平等は拡大する。

定理 4 は 2 つの点で重要である。まず、不平等が拡大するか否かについて、「賃金比例部分への影響」と「移転部分への影響」のどちらが大きいのか、という判定基準を得ることができたという点である。日本がどちらのケースに属するかは更なる実証研究を必要とする。次に、本節の初めに述べたように、ここでは高い累進構造を持つ年金負担の報酬比例部分 (τ) での財源調達による政策を想定していた。しかし、その場合においても給付の基礎部分 (B) の拡大が必ずしも公平性改善をもたらすとは限らないという点は注目に値するであろう。

5.4 分配と公正

前節で、 B の増加に対して Negishi(1960) 的社会厚生が減少することが示された。これは、あくまで B の変化前の所得の限界効用を用いた Negishi(1960) 的社会厚生による結果である。一方、 B が変化し新たな均衡に達したときに、所得の限界効用もまた変化するのは明らかである。したがって、Negishi(1960) 的社会厚生 of ウェイト自体が B の変化に対しどのように変動するのかという次の問題が生じる。もし、 B の変化によって高所得者のウェイトが増加し、低所得者のウェイトが減少することが発生すれば、Negishi(1960) 的社会厚生自体が分配の公平性に反するように変化したことになる。つまり、 B の変化によって Negishi(1960) 的社会厚生 of ウェイトが分配の公平に寄与するように、あるいは、反するように変化するのかについて研究したい。それと同時に変動係数が平等化する必要十分条件と Negishi(1960) 的社会厚生 of ウェイトの変動との関係はいかなるものかを調べたい。そこで、我々は次の仮定をおく。

仮定 7 効用関数 $u_i(x^i)$, $x^i = (c^{yi}, c^{oi})$ は、労働効率性にかかわらず同一で m 次同次 ($0 < m < 1$) 関数である。

ここで、 $0 < m < 1$ としているのは、Negishi(1960) の議論が効用関数に凹関数性を要求するからである。以下、 $u_i(x^i)$ を $u(x^i)$ と書く。価格と所得を $(1, 1/(1+r), I^j)$ とする。ただし、 I^j は第 j 家計の生涯所得である。第 j 家計の第 i 財への需要関数 x^j は、

$$c^{ji}(1, 1/(1+r), I^i) = I^i c^{ji}(1, 1/(1+r)), j = y, o$$

となる。ここで、 $c^{ji}(1, 1/(1+r)) = c^{ji}(1, 1/(1+r), 1), \forall j, i$ である。したがって、間接効用 v_j は、

$$v_j = V(1, 1/(1+r), I^j) = \{I^j\}^m V(1, 1/(1+r), 1)$$

となる。従って、労働効率性 a_j を有する家計の所得の限界効用 λ_j は

$$\lambda_j = m \{I^j\}^{m-1} V(1, 1/(1+r), 1)$$

である。Negishi(1960) 的社会厚生 of ウェイトは所得の限界効用の逆数に比例的であればよい。したがって、ウェイト α_j の総和を 1 となるようにノーマライズすれば、

$$\alpha_j = \frac{\{I^j\}^{1-m}}{\{I^1\}^{1-m} d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m} d_h}$$

となる。よって、

$$\frac{\partial I^1}{\partial B} I^k - \frac{\partial I^k}{\partial B} I^1 = \phi(B) \rho(B) (a_1 - a_k) \left(\frac{\phi'(B)}{\phi(B)} - \frac{\rho'(B)}{\rho(B)} \right)$$

を利用して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_1}{\partial B} &= \frac{(1-m)\phi(B)\rho(B)}{(\{I^1\}^{1-m}d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m}d_h)^2 B} \left\{ -\frac{\rho'(B)}{\rho(B)} B + \frac{\phi'(B)}{\phi(B)} B \right\} \\ &\quad \times \sum_{k=2}^h \{I^1\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k (a_1 - a_k) \\ \frac{\partial \alpha_h}{\partial B} &= \frac{(1-m)\phi(B)\rho(B)}{(\{I^1\}^{1-m}d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m}d_h)^2 B} \left\{ -\frac{\rho'(B)}{\rho(B)} B + \frac{\phi'(B)}{\phi(B)} B \right\} \\ &\quad \times \sum_{k=1}^{h-1} \{I^h\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k (a_h - a_k) \end{aligned}$$

一般には、 $j = 1, 2, \dots, h$ にたいして、

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial B} = \frac{(1-m)\phi(B)\rho(B)}{(\{I^1\}^{1-m}d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m}d_h)^2 B} \left\{ -\frac{\rho'(B)}{\rho(B)}B + \frac{\phi'(B)}{\phi(B)}B \right\} \\ \times \sum_{k \neq j} \{I^j\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k (a_j - a_k)$$

となる。さらに、 $x_j = \sum_{k \neq j} \{I^j\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k (a_j - a_k)$ とおけば、 $x_j < x_{j+1}$ が成立する。さらに、 $a_1 < a_2 < \dots < a_h$ であるから、 $x_1 < 0, x_h > 0$ である。したがって、ある \bar{n} , $1 < \bar{n} < h$ が存在して、 $x_{\bar{n}-1} < 0 < x_{\bar{n}}$ を満たす¹⁴。以上によって、

定理 5 これまでのものに加えて仮定 7 が成立すれば、次の 2 者は同値である。

- (i) 生涯所得の比例部分の弾力性が生涯所得の移転部分の弾力性より大きい。
- (ii) B が増加するとき、ある \bar{n} ($1 < \bar{n} < h$) が存在して、(1) $\alpha_1, \dots, \alpha_{\bar{n}-1}$ は増加し、(2) $\alpha_{\bar{n}}, \dots, \alpha_h$ は減少する。

したがって、Negishi(1960) 的社会厚生関数は、ベンサム的社会厚生関数に近づいていく。この条件 (i) は定理 4 の 2) の十分条件と同一である。

定理 4, 5 における弾力性条件が 5.2 節の表 1 で示された経済において満たされるか否かを表 2 に示しておいた。その結果、ケース 1、ケース 2 の両者において、弾力性条件は B の拡大が不平等を増加させ、同時に negishi 的社会厚生のウェイトを不平等化させることが判明した。

表 2: 弾力性条件の計算例

	ケース 1	ケース 2
$(-\frac{\phi'B}{\phi}, -\frac{\rho'B}{\rho})$	(0.09851, 2.045)	(0.02954, 3.470)

6 結論

本稿では、賦課方式の公的年金が、(A) 資本蓄積、(B) 経済厚生、(C) 所得分配に与える影響を二世代表重復モデルを用いて考察した。もちろん、これらの分析について既

¹⁴任意の j について、 $x_j \neq 0$ となる事に注意せよ。また詳細は、附録 B を参照せよ。

に様々な先行研究の蓄積があるが、本稿は関数型を特定しない一般的な設定の下で、以下に挙げる異なった結論を得ている。

まず、論点 (A)、(B) についてである。先行研究の多くは1世代1家計での標準的二代重複モデルを用いて、年金の拡大が (i) 資本蓄積を妨げ利率を上昇させ、その結果、(ii) 経済厚生を悪化させる、という結論を導いている。これに対して、異質な多数家計を導入した本稿での理論分析は、(i) については先行研究での結果が頑健に成立することを示した。一方、先行研究での (ii) の結論は、ロールズ的厚生関数やベンスラム的厚生関数を用いた場合、必ずしも成り立つとはいえない。むしろ、先行研究で用いられてきたこれらの厚生関数ではなく、所得の限界効用の逆数をウェイトとした Negishi(1960) 的厚生関数を用いた場合に (ii) が導かれることを示した。

次に、(C) 所得分配に関して、先行研究の多くは年金の世代間公平性について議論しているが、世代間の再分配が賦課方式の年金によってもたらされることは自然であり、むしろそれと共に考慮に入れなければならないのは生涯所得でみた世代内公平性についてである。本稿では、世代内の家計の異質性を考慮し、基礎給付の拡大が世代内公平性に与える影響を分析している。部分均衡分析による先行研究の知見から判断した場合、この政策は公平性改善に寄与するものと考えられる。しかし、本稿での一般均衡的理論分析からは必ずしもそのような結論には至らず、不平等が拡大する場合も存在することが明らかとなった。

先にも述べたように、これらの結論は関数型を特定しない一般的な設定の下で得られたものであり、その意味で頑健性は保証されている。しかし、課題も残されているため、それについて3点述べておく。第1に、本稿では遺産を考慮していない。しかし、岩本・大竹・小塩(2002)や小塩(2004)で述べられているように遺産を考慮することは重要である¹⁵。それを組み込んだ分析を行うことは次の課題である。

第2に、本稿では労働供給を外生的に扱っている。この場合、上村(2002b)の指摘にあるように経済厚生分析は所得効果のみを考慮していることになる可能性がある。本稿では固定価格モデルではなく、一般均衡論的に利率 r と賃金 w の変化を通じた効果が存在するので、この指摘は必ずしも妥当しない。しかし、労働供給を内生化したモデルの研究は新しい地平を開くであろう。

¹⁵岩本・大竹・小塩(2002)では、遺産動機の仮説の違いにより年金政策の評価は違ってくると指摘され、小塩(2004)でも、公的年金が資本蓄積などに及ぼす影響は家計の利他的な遺産動機を考慮するかどうかで異なってくると述べられている。

第3に、生存確率を考慮し、より現実を反映したモデルにすることも必要である。

これらは今後の課題としたいが、残された問題があるにせよ極めて一般的な枠組みの下で、(A) 資本蓄積、(B) 経済厚生、(C) 所得分配につき理論的帰結を得ることができたことは本稿の貢献であると考える。

附録 A：分配の平等性について

第5節の「所得分配・公平性への影響」において利用した(22)と(23)式を導出する。

B の関数としての生涯所得 \tilde{I}^i には、既に本論中に定義を与えている。生涯所得 \tilde{I}^j を次のように書き表す。

$$\tilde{I}^j = \left((1 - \tau)\tilde{w} + \frac{b\tilde{w}}{1+r} \right) a_j - T + \frac{B}{1+r} = \phi(B)a_j + \rho(B)$$

$\phi(B) > 0$ である。 $d\tilde{I}^i/dB, d\mu/dB$ を少し変形しておこう。

$$\begin{aligned} \phi'(B) &= \frac{d\phi}{dB}(B) = -\tilde{w} \frac{d\tau}{dB} + \left(\left(1 - \tau + \frac{b}{1+r} \right) \frac{dw}{dr} - \frac{bw}{(1+r)^2} \right) \frac{dr}{dB} \\ \rho'(B) &= \frac{d\rho}{dB}(B) = -\frac{B}{(1+r)^2} \frac{dr}{dB} + \frac{1}{1+r} \end{aligned}$$

と定義すると、

$$\frac{d\tilde{I}^j}{dB} = \phi'(B)a_j + \rho'(B), \quad \frac{d\mu}{dB} = \phi'(B)\bar{a} + \rho'(B)$$

となる。ここで、 $\bar{a} = \sum_{i=1}^h a_i d_i$ である。また、 $\phi'(B) < 0, \rho'(B) < 0$ である。さらに、 σ は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dB} &= \sum_{i=1}^h I^i \frac{dI^i}{dB} d_i - \sum_{i=1}^h I^i \frac{d\mu}{dB} d_i \\ &= \phi' \sum_{i=1}^h I^i a_i d_i + \rho' \mu - \phi' \bar{a} \mu - \rho' \mu = \phi' \bar{a} \left(\sum_{i=1}^h I^i \frac{a_i d_i}{\bar{a}} - \mu \right) \end{aligned}$$

を得る。さて、所得の定義より

$$\tilde{I}^j = \tilde{I}^1 + \left((1 - \tau)\tilde{w} + \frac{b\tilde{w}}{1+r} \right) (a_j - a_1) = \tilde{I}^1 + \phi(B)(a_j - a_1), \quad j = 1, 2, \dots, h$$

とすれば、

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^h \tilde{I}^i \frac{a_i d_i}{\bar{a}} &= \sum_{i=1}^h \tilde{I}^1 \frac{a_i d_i}{\bar{a}} + \phi \sum_{i=1}^h \left(\frac{a_i d_i}{\bar{a}} a_i - a_1 \right) = \tilde{I}^1 + \phi(B) \left(\sum_{i=1}^h \frac{a_i d_i}{\bar{a}} a_i - a_1 \right) \\ \mu &= \sum_{i=1}^h \tilde{I}^i d_i = \tilde{I}^1 + \phi(B) \left(\sum_{i=1}^h a_i d_i - a_1 \right)\end{aligned}$$

である。ここで、

$$\sum_{i=1}^h \frac{a_i d_i}{\bar{a}} a_i = \frac{1}{\bar{a}} \sum_{i=1}^h a_i^2 d_i = \frac{1}{\bar{a}} (\bar{a}^2 + \sigma_a^2) > \bar{a} = \sum_{i=1}^h a_i d_i$$

に着目する。ここで、 σ_a は $a_j, j = 1, 2, \dots, h$ の標準偏差である。よって、

$$\sum_{i=1}^h \tilde{I}^i \frac{a_i d_i}{\bar{a}} > \mu \quad (24)$$

である。これはさらに、 $\phi'(B) < 0$ であるから、

$$\frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dB} < 0$$

を成立させる。

次に、変動係数の B による変化を考察する¹⁶。

$$\frac{dCV^2}{dB} = \frac{2}{\mu^3} \left(\sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^h d_i d_j \tilde{I}^j \tilde{I}^i \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial B} - \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^h d_i d_j (\tilde{I}^j)^2 \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial B} \right) \quad (25)$$

を得る。(25) の括弧の中の第一項に着目する。

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^h d_i d_j \tilde{I}^j \tilde{I}^i \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial B} &= \mu \sum_{i=1}^h d_i \tilde{I}^i \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial B} = \mu \sum_{i=1}^h d_i \tilde{I}^i (\phi' a_i + \rho') \\ &= \mu \phi' \sum_{i=1}^h d_i a_i \tilde{I}^i + \mu^2 \rho' \\ &= \mu \phi' \left(\bar{a} \tilde{I}^1 + \phi(B) (\bar{a}^2 + \sigma_a^2 - a_1 \bar{a}) \right) + \mu^2 \rho'\end{aligned}$$

(25) の第二項は次の通りである。

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^h d_i d_j (\tilde{I}^j)^2 \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial B} &= \sum_{j=1}^h d_j (\tilde{I}^j)^2 \sum_{i=1}^h d_i \frac{\partial \tilde{I}^i}{\partial B} = \sum_{j=1}^h d_j (\tilde{I}^j)^2 \sum_{i=1}^h d_i (\phi' a_i + \rho') \\ &= (\mu^2 + \sigma^2) (\phi' \bar{a} + \rho') = \phi' \mu^2 \bar{a} + \rho' \mu^2 + \phi' \sigma^2 \bar{a} + \rho' \sigma^2\end{aligned}$$

¹⁶以下では、計算の便宜上、平方変動係数で考察することにする。

よって、

$$\frac{dCV^2}{dB} = \frac{2}{\mu^3} \left(\mu\phi' \left(\bar{a}\tilde{I}^1 + \phi(B) (\bar{a}^2 + \sigma_a^2 - a_1\bar{a}) \right) - (\phi'\mu^2\bar{a} + \phi'\sigma^2\bar{a} + \rho'\sigma^2) \right)$$

である。ここで、次の関係が自明に成立する。

$$\mu = \phi\bar{a} + \rho = \tilde{I}^1 + \phi(B)(\bar{a} - a_1), \quad \sigma^2 = \phi^2\sigma_a^2.$$

これらを代入して整理すると、

$$\frac{dCV^2}{dB} = \frac{2}{\mu^3 B} \phi^2 \rho \sigma_a^2 \left(\left(-\frac{B\rho'}{\rho} \right) - \left(-\frac{B\phi'}{\phi} \right) \right)$$

に至る。

附録 B：公平と厚生

$u(x^i)$, $x^i = (c^{yi}, c^{oi})$ を効用関数とし m 次同次関数とする。ただし、 $0 < m < 1$ とする。したがって、間接効用関数 V^j と、所得の限界効用 λ_j は

$$V^j(1, 1/(1+r), I^j) = \{I^j\}^m V(1, 1/(1+r), 1), \quad \lambda_j = m\{I^j\}^{m-1} V(1, 1/(1+r), 1)$$

となる。ウエイト α_j の総和を 1 となるようにノーマライズすれば、

$$\alpha_j = \frac{\{I^j\}^{1-m}}{\{I^1\}^{1-m}d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m}d_h}$$

となる。したがって、

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial B} = \frac{1-m}{(\{I^1\}^{1-m}d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m}d_h)^2} \sum_{k \neq j}^h \{I^j\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k \left(\frac{\partial I^j}{\partial B} I^k - \frac{\partial I^k}{\partial B} I^j \right)$$

である。これまでの議論より、

$$\tilde{I}^j = \left((1-\tau)\tilde{w} + \frac{b\tilde{w}}{1+r} \right) a_j - T + \frac{B}{1+r} = \phi(B)a_j + \rho(B), \quad \phi(B) > 0$$

$$\tilde{I}^j = \tilde{I}^1 + \phi(B)(a_j - a_1), \quad j = 1, 2, \dots, h$$

である。これらを利用して、

$$\frac{\partial I^j}{\partial B} I^k - \frac{\partial I^k}{\partial B} I^j = (a_j - a_k) \frac{\phi(B)\rho(B)}{B} \left\{ -\frac{\rho'(B)}{\rho(B)} B + \frac{\phi'(B)}{\phi(B)} B \right\}$$

を得る。よって、 $j = 1, 2, \dots, h$ にたいして、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_j}{\partial B} &= \frac{(1-m)\phi(B)\rho(B)}{(\{I^1\}^{1-m}d_1 + \dots + \{I^h\}^{1-m}d_h)^2 B} \left\{ -\frac{\rho'(B)}{\rho(B)}B + \frac{\phi'(B)}{\phi(B)}B \right\} \\ &\quad \times \sum_{k \neq j} \{I^j\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k (a_j - a_k) \end{aligned}$$

となる。さらに、 $x_j = \sum_{k \neq j} \{I^j\}^{-m} \{I^k\}^{-m} d_k (a_j - a_k)$ とおけば、 $a_1 < a_k < a_h, k = 2, \dots, h-1$ なので

$$\begin{aligned} x_j - x_{j+1} &= \sum_{k=1}^{j-1} \{I^k\}^{-m} d_k ((a_j - a_k) \{I^j\}^{-m} - (a_{j+1} - a_k) \{I^{j+1}\}^{-m}) \\ &\quad - \{I^{j+1}\}^{-m} \{I^j\}^{-m} d_{j+1} (a_{j+1} - a_j) \\ &\quad + \{I^j\}^{-m} \{I^{j+1}\}^{-m} d_j (a_j - a_{j+1}) \\ &\quad + \sum_{k=j+2}^h \{I^k\}^{-m} d_k ((a_j - a_k) \{I^j\}^{-m} - (a_{j+1} - a_k) \{I^{j+1}\}^{-m}) \end{aligned}$$

である。ここで、任意の $k \neq j, j+1$ に対して

$$\begin{aligned} (a_j - a_k) \{I^j\}^{-m} - (a_{j+1} - a_k) \{I^{j+1}\}^{-m} \\ = \frac{\{I^j\}^{1-m} - \{I^{j+1}\}^{1-m} + I^k (\{I^{j+1}\}^{-m} - \{I^j\}^{-m})}{\phi(B)} < 0 \end{aligned}$$

であるから、 $x_j < x_{j+1}$ が成立する。さらに、

$$\begin{aligned} x_1 &= \sum_{k=2}^h \{I^1\}^{-m} I^{k-m} (a_1 - a_k) < 0 \\ x_h &= \sum_{k=1}^{h-1} \{I^h\}^{-m} I^{k-m} (a_h - a_k) > 0 \end{aligned}$$

である。したがって、ある $\bar{n}, 1 < \bar{n} < h$ が存在して、 $x_{\bar{n}-1} < 0 < x_{\bar{n}}$ を満たす¹⁷。以上によって、

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial B} > 0 \Leftrightarrow -\frac{\rho'(B)}{\rho(B)}B < -\frac{\phi'(B)}{\phi(B)}B, j = 1, \dots, \bar{n}-1 \Leftrightarrow \frac{\partial \alpha_k}{\partial B} < 0, k = \bar{n}, \dots, h$$

となる。

¹⁷任意の j について、 $x_j \neq 0$ となる事に注意せよ。

参考文献

- [1] 岩本康志・大竹文雄・小塩隆士 (2002) 「年金研究の現在」『季刊・社会保障研究』,No.37,pp.316-349 .
- [2] 上村敏之 (2001) 「公的年金の縮小と国庫負担の経済厚生分析」『日本経済研究』,42,pp.205-227 .
- [3] 上村敏之 (2002b) 「社会保障のライフサイクル一般均衡分析-モデル・手法・展望-」『東洋大学 経済論集』,28,pp.15-36 .
- [4] 上村敏之 (2004) 「少子高齢化社会における公的年金改革と期待形成の経済厚生分析」『国民経済』,167,pp.1-17 .
- [5] 小塩隆士 (2004) 「公的年金をめぐる最近の研究動向」『神戸大学 Discussion Paper』,No.408,pp.1-19 .
- [6] 小塩隆士 (2005) 『人口減少時代の社会保障改革』、日本経済新聞社 .
- [7] 小塩隆士 (2006) 「社会保障・税制と生涯所得の世代内再分配」、小塩隆士・府川哲夫・田近栄治編 『日本の所得分配-格差拡大と政策の役割』, 東京大学出版会, 第 3 章 .
- [8] 小塩隆士・浦川邦夫 (2008) 「公的年金による世代内再分配効果」、貝塚啓明・財務省財務総合政策研究所編 『人口減少社会の社会保障制度改革の研究』, 中央経済社, 第 6 章 .
- [9] 貝塚啓明 (2005) 「税制改革・社会保障改革と所得再分配政策」『フィナンシャル・レビュー』,pp.150-159 .
- [10] 畑農鋭矢・山田昌弘 (2007) 「家計行動と公共政策の効果—構造パラメータの検証と推定」『政府の大きさと社会保障制度』橘木俊詔編、東京大学出版会、第 7 章,pp.203-222 .
- [11] 藤井隆雄・林史明・入谷純 (2010) 「年金制度の経年的効果について」神戸大学 Discussion Paper, No.1011 .

- [12] 本間正明・跡田直澄・岩本康志・大竹文雄 (1987) 「年金：高齢化社会と年金制度」『日本経済のマクロ分析』浜田宏一・黒田昌裕・堀内昭義編、東京大学出版会、第6章,pp.149-175 .
- [13] 本間正明・跡田直澄・大竹文雄 (1988) 「高齢化社会の公的年金の財政方式 – ライフサイクル成長モデルによるシミュレーション分析 –」『フィナンシャル・レビュー』,pp.1-15 .
- [14] 宮里尚三・金子能宏 (2001) 「一般均衡マクロ動学モデルにおける公的年金改革の経済分析」『季刊・社会保障研究』,37,pp.174-182 .
- [15] 八田達夫・小口登良 (1999) 『年金改革論 積立方式へ移行せよ』、日本経済新聞社 .
- [16] Auerbach, A. and Kotlikoff, L.J.(1987), *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge University Press.
- [17] Blanchard,O. and Fischer,S.(1989), *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press.
- [18] Diamond, P.A.(1965), “National Debt in a Neoclassical Growth Model,” *American Economic Review*, Vol.55, No.5, pp.1126-1150.
- [19] Heijdra,B.(2009), *Foundations of Modern Macroeconomics Second Edition*, Oxford University Press.
- [20] Negishi, T.(1960), “Welfare Economics and Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy,” *Metroeconomica*, Vol.12, No.2-3, pp.92-97.
- [21] Shimonon, K. and Tachibanaki, T.(1985), “Lifetime Income and Public Pension – An Analysis of the Effect on Redistribution Using a Two-period Analysis –,” *Journal of Public Economics*, Vol.26, pp.75-87.