

2024 年 1 月 17 日提出

論文題目

関西における電力網ネットワークのカスケード故障分析

小林 照義 研究室

学籍番号 2052114E

氏名 西山 慧

要旨

私たちの生活において電気は必要不可欠であるが、時折停電による電力の遮断が発生する。停電の規模は局所的なものから大規模なものまで様々である。特に大規模な停電の影響が電力網ネットワーク上を次々と波及する現象はカスケード故障と呼ばれ、時にはたった 1 本の電線の破損が一国全体に停電をもたらし、周辺の多数の国にその影響を及ぼすこともある。また、特定の電力施設が意図的に攻撃されることによって、大規模な停電が引き起こされる可能性もゼロとはいえない。

本研究では関西地区の電力網ネットワークに着目して、関西にある電力施設(発電所や変電所など)の機能が停止した際にどのような範囲で影響するのか、発生した停電を阻止するにはどうすればよいのか、といったことについて検証を行った。

カスケード故障を扱った先行研究は多数存在するが、その多くがネットワーク科学と呼ばれる、個々がどのようにつながっているかに着目した研究分野の手法が用いられている。本研究も Motter-Lai によって考案された、媒介中心性と呼ばれる指標を用いて電力網ネットワークについて電流の容量と過負荷という側面から分析する方法を採用した。これに加えて、媒介中心性の値を基にして、不要な頂点を削除して過負荷を抑制する意図的除去 (Intentional Removals) と呼ばれる方法も導入した。

さらに本研究では Motter-Lai の方法にいくつか改善を施した。Motter-Lai の方法では、発電所や変電所などのすべての電力施設を区別せずに扱っていたのに対して、本研究では発電所とそれ以外の施設(変電所や開閉所など)を区別した。すなわち、発電所のみが電気を生成すると仮定し、発電所とつながっている地域は電気が通っており、そうでない地域は全て停電しているとみなした。これによって既存の研究と比較してより現実に近い分析が可能となった。

電力網ネットワークのカスケード故障分析では、最も媒介中心性の高い施設を破壊した場合、施設の空き容量がないとすると半数以上の地域で停電が発生することが明らかとなった。また、容量に多少の余裕を持たせた場合でも複数の都道府県を跨ぐ地域で停電が発生した。このときの対応策として、追加で 2 か所の施設の機能を意図的に停止させることで、停電の発生する地域を半分以上減少させることが可能であることが明らかとなった。このように破壊することで広範囲に影響を及ぼす施設がある一方で、ほとんどの施設は破壊してもごく僅かな影響にとどまることが示された。この

結果は、電力網ネットワークはランダムな故障には強い一方で、選択的な攻撃には脆弱であるスケールフリー性を持っていることを示している。

ただし本研究では、送電線の電気抵抗における電力の損失などの工学的要素を排除したり、送電線の容量の分析はほとんど無視して電力施設のみの分析にとどまったりと、さらに現実近づけるための課題も残った。さらに関西にとどまらず、日本全土の電力網ネットワークを分析することで、より実用的な結果も得られると考えられる。

目次

1	はじめに	1
2	ネットワークの特徴量	4
2.1	データの入手	4
2.2	電力網ネットワークの定義	4
2.3	次数	6
2.4	中心性	8
2.5	ランダム・ネットワークとスケールフリー・ネットワーク	9
2.6	コミュニティ構造	13
3	カスケード故障	17
3.1	Motter-Lai モデル	17
3.2	カスケード故障の防御モデル	19
3.3	Motter-Lai モデルの再定義	20
4	結果	22
4.1	ネットワークの特徴	22
4.2	カスケード故障のシミュレーション	28
4.3	IRs のシミュレーション	34
5	おわりに	41
6	補論	43
6.1	次数分布のモーメント	43
6.2	モジュラリティの計算	43
6.3	IRs における指標の相関	44
7	謝辞	50
8	参考文献	51

1 はじめに

電気は私たちの生活に必須のものであり、停電によって電力が遮断されると私たちの生活に多大な影響を及ぼす。停電と一口にいても様々な規模のものがあり、落雷による停電は大抵一時的で局所的である一方で、地震の影響による停電は広範囲で長期にわたって電力を遮断させることがある。実際に 2011 年 3 月の東日本大震災では 3 か月にわたって 400 万戸以上で電力が遮断された。海外の事例をみると、2003 年 9 月にイタリア全土で発生した大規模な停電は、隣国スイスの山奥で強風により倒れ木がたった 1 本の電線を破損させたことが原因であった。この影響はスイス、イタリアを含む欧州の 8 か国に影響を及ぼした [1]。また 2023 年 12 月現在、日本ではまだ事例がないものの、電力系統を狙ったサイバー攻撃による停電も海外では発生しており、近年の緊迫した世界情勢を考慮すると、日本でもこういった攻撃がある可能性はゼロとは言えない。

このような状況のなかで、もし私たちの住んでいる関西地区において大規模な地震、台風の直撃、あるいはサイバー攻撃によって電力施設が故障した場合にどのような規模で影響するのか、既に発生した停電の連鎖を遮断する方法はあるのか、といった問題を考えることは重要である。また、過去に発生した自然災害では、ある地域では大規模な停電が発生したにもかかわらず、近隣の別の地域ではほとんど停電の影響がなかったこともある。

こういった現象や対策に対する疑問を背景として、本研究は関西地区の電力網ネットワークの構造の特徴、電力施設が故障した際の影響を解明することを目的とする。

電力網ネットワークにおける連鎖的故障 (カスケード故障) を扱った先行研究は数多くあるが、この分野の多くの研究ではネットワーク科学という手法が用いられている。ネットワーク科学とはものごとのつながりに着目した分野であり、頂点と辺で構成されたネットワークを用いて様々な社会現象や自然現象を解明する学問である。

Motter and Lai [2] は媒介中心性と呼ばれる指標をネットワークを流れる物理量として、それ基にしたカスケード故障のモデルを提案した。また Motter らは当モデルを用いてアメリカ西部の電力網ネットワークにおけるカスケード故障分析を行っている。この分析では、媒介中心性を高いノードへの攻撃は大規模なネットワークの分断

を発生させる一方で、ランダムにノードを破壊した場合や次数の高いノードへの攻撃はほとんどネットワークの分断を起こさないことが明らかにされた。さらに Motter [3] はカスケード故障からネットワークを守る方法として、その物理量の流れに貢献していないノードの意図的な除去を行うことが効果的であるということを示した。また Crucitti, Latora, Marchiori [4] は [2] のモデルを用いてランダム・ネットワーク (Erdős-Rényi モデル) とスケールフリー・ネットワーク (Barabási-Albert モデル) に対してランダムな故障と選択的攻撃の結果を対比しており、スケールフリー・ネットワークはランダム・ネットワークと比べてランダムな故障には強いが選択的攻撃には弱いことを示した。

以上を先行研究として、本研究では関西地区の電力網ネットワークの分析を行う。次数分布やコミュニティ分割といったネットワーク科学の特徴量を導入しつつ、媒介中心性を基にしたカスケード故障のモデル [2] を関西地区の電力網ネットワークに適用する。ここで先行研究との相違点として、Motter らはすべての電力施設 (発電所, 変電所, 変換所, 開閉所) を区別せずに扱っているのに対して、本研究では電力施設のうち発電所のみ区別して扱っている。これによって、より現実のネットワークに近い分析をすることが可能である。

カスケード故障の分析結果として、最も電流の通過量が多い奈良県の新生駒変電所に攻撃がなされた場合、すべての電力施設に空き容量がない場合は約 56% の地域で停電が発生した。各施設に 1.6 倍の空き容量を設けた場合でも約 40% の地域で停電が発生したが、このとき適切に選択された施設をわずか 2 つ除去することによって停電が発生する地域の割合を約 15% まで抑えることが可能であるという結果が得られた。一方で、大多数の施設は破壊しても全体に影響を及ぼすことはなく、局所的な影響にとどまることが分かった。また、各施設の空き容量に対して停電を免れた地域の割合は単調増加ではなく、空き容量を増やすことでかえって停電の規模が広がるケースも見られた。

本論文の構成は次の通りである。第 2 章では中心性やコミュニティといったネットワークの特徴量の定義について説明する。第 3 章では本章で示したカスケード故障に関する先行研究を説明しつつ、先行研究と本研究の相違点について詳細に説明する。そして第 2 章、第 3 章で導入した内容を実際の関西地区の電力網ネットワークに適用した結果を第 4 章で示し、第 5 章はまとめの章である。さらに数式の詳しい導出につ

いては第 6 章に補論としてその展開をまとめた。また，参考文献の後には附録として各電力施設の名称と所在市町村，媒介中心性の値等を示した。

2 ネットワークの特徴量

2.1 データの入手

本研究で用いた電力網ネットワークのデータは関西電力送配電^{*1}より入手した。当サイトでは 22～500kV の送配電図が掲載されているが、分析可能なネットワークサイズとするため、今回は 154～500kV の送配電のみを対象として分析する。また、本ネットワークの生成や分析に関しては、多様なネットワークの作成、加工、構造分析が可能である networkX を用いる。

2.2 電力網ネットワークの定義

分析にあたり、ノード (頂点) とそれら同士を結ぶリンク (辺) から成るネットワークを作成する。このネットワークでは、ノードは発電所、変電所、変換所および開閉所を表し、各施設が送電線でつながっている場合そのノード同士をリンクでつなぐ。電流は発電所のみで生成され、発電所ノードからリンクを通じて他のノードへ流れるものとする。したがって本来は電力網ネットワークは有向グラフとなるが、あるリンクについて両端のノードが双方向に電流を互いに流し合っている場合は、そのリンクは向きを持たないと考えるのが適切であり、大多数のリンクは双方向から電流が流れている。向きを持つ数少ないリンクは発電所以外のノードが行き止まりとなっている部分のみであるが、無向グラフとみなしても後述の (3.5) 式の定義を用いると、有向グラフの場合と計算の値は変わらないので、ネットワーク全体を無向グラフとみなす。

ネットワーク上に分岐点が存在する場合、それに面しているすべてのノードはつながっているとみなす。図 2.1 の場合、No.88 と No.89 は折れ線でつながっているが、これをそのままの直線でつながっているととする。No.89, 90 も同様である。ある 2 つのノードが他のノードを介さずにつながっている場合、それらのノードをリンクでつなぐことを意味する。また、今回は関西電力の管轄範囲のみを分析と対象としたため、北陸電力や中国電力といった他の管轄エリアの送電線とつながっているリンクについては、あらかじめ除去する。よってネットワーク上では行き止まりであるノードが、実際

^{*1} <https://www.kansai-td.co.jp/interchange/takusou/pdf/154kv-more-mapping.pdf>

は他の管轄地域のノードとつながっている箇所 (No.86, 87 のノードなど) が存在する。

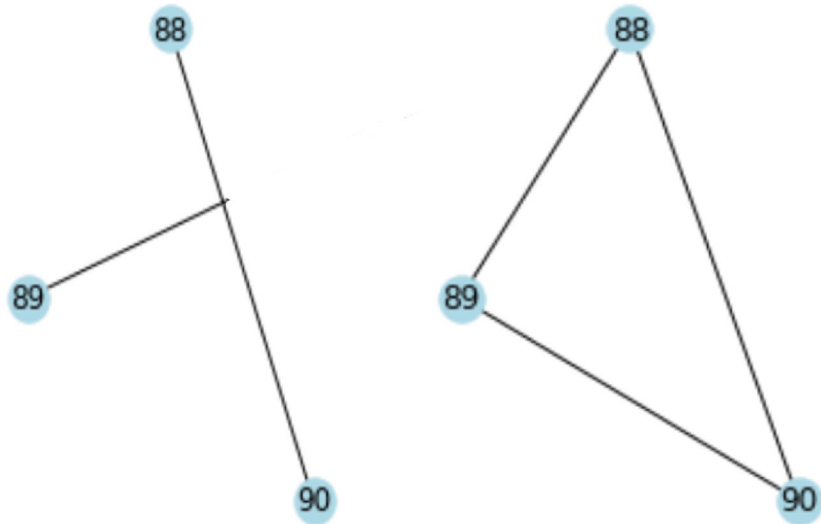


図 2.1 現実のネットワーク (左) と生成したネットワーク (右)

各ノードについて概観をみていく。今回用いる電力網ネットワークは 130 のノードと 196 のリンクから構成されている。ノードに関しては No.0~129 まで通し番号を割り当てた。附録の表 8.1~8.5 にノードの番号と対応する施設の一覧を示す。No.0~28 は発電所を, No.29~48 は大規模 (500kV) 変電所を, No.49 は変換所を, No.50~129 は小規模 (154~275kV) 変電所を表している。但し No.29, 30, 38, 40, 44, 47 は大規模開閉所, No.52, 84, 129 は小規模開閉所である。なお本研究では変電所, 変換所および開閉所の区別は行わない。また全てのノードは発電所, 変電所等の役割に加えて消費者の役割を担っていると仮定する。つまり発電所から出発した電流は, 全てのノード (消費者) を目指すものとする [5]。さらに簡略化のため, この時リンクを通過する際に生じる電流の損失については考えないものとする。例えば日本海側の敦賀発電所 (No.7) で生成された電流は, 全くの損失なく瀬戸内海側の赤穂発電所 (No.28) や太平洋側の御坊発電所 (No.16) まで届くと仮定する。

2.3 次数

2.3.1 次数分布

ネットワークにおける次数とは、あるノードがもつリンク数であり、 k で表す。ネットワークにおいて次数が k であるノードの数が全ノードの数に占める割合を $p(k)$ で表し、

$$p(k) = [p(0), p(1), \dots, p(N-1)] \quad (2.1)$$

を次数分布という [6]。また、 $\langle k \rangle$ は平均次数を表し、

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N k_i = \sum_{k=0}^N kp(k) \quad (2.2)$$

で定義される。次数分布と平均次数の関係として、リンクの先にあるノードの次数が k となる確率は

$$\hat{p}(k) = \frac{kp(k)}{\langle k \rangle} \quad (2.3)$$

となる。[6]。

2.3.2 次数相関

次数相関とは隣接する 2 点の次数が似る度合いを測る概念である [6]。次数の高いノード同士、あるいは低いノード同士がつながりやすい状態を次数親和的 (degree assortative)、次数の高いノードと低いノードがつながりやすい状態を次数排他的 (degree disassortative) であるという。

重みなしの無向ネットワークの次数相関の測定について紹介する。次数相関は隣接ノードの平均次数を基に計算される。あるノード v_i の隣接ノードの個数はそのノード v_i の次数 k_i 個であるので、 v_i の隣接ノードの次数の平均は、

$$k_{nn}(k_i) = \frac{1}{k_i} \sum_{\substack{j=1; \\ (v_i, v_j \in E)}}^N k_j \quad (2.4)$$

で表される。ここで $v_i, v_j \in E$ はノード v_i とノード v_j が隣接していることを示している。 $k_{nn}(k_i)$ について各 $k = k_i$ について隣接ノードの平均次数を考え、次数 k のノードの隣接ノードの平均次数を表した関数を $k_{nn}(k)$ とすると、

$$\begin{aligned}
k_{nn}(k) &= \frac{1}{A(k)} \sum_{\substack{j=1; \\ (v_i, v_j \in E)}}^N k_{nn}(k_i) \\
&= \frac{1}{A(k)} \sum_{\substack{i=1; \\ k_i=k}}^N \frac{1}{k_i} \sum_{\substack{j=1; \\ (v_i, v_j \in E)}}^N k_j \\
&= \frac{1}{A(k)k} \sum_{\substack{i=1; \\ k_i=k}}^N \sum_{\substack{j=1; \\ (v_i, v_j \in E)}}^N k_j
\end{aligned} \tag{2.5}$$

となる。ここで $A(k)$ は $k_i = k$ である頂点の数である。また $k_{nn}(k)$ は、 $\hat{p}(k'|k)$ を自分の次数が k であるときに隣接ノードの次数が k' となる条件付き確率として、

$$k_{nn}(k) = \sum_{k'} k' \hat{p}(k'|k) \tag{2.6}$$

と k の条件付き期待値の形で定義することも可能である。(2.5), (2.6) 式を次数相関関数といい、全ての次数 k のノードに隣接するノードの平均次数を示している。

次数相関関数 $k_{nn}(k)$ がべき則に従うとき、横軸を k 、縦軸を $k_{nn}(k)$ として (但し双方とも対数表示) 次数相関関数を図示した際に、その次数相関関数は a を定数として、

$$k_{nn}(k) = ak^\mu \tag{2.7}$$

で近似できる [7]。次数相関は対数プロット時の相関指数 μ の状態、あるいは対数プロット前の次数相関係数 r の符号によって決まる [8, 9]。このとき、 μ, r が 0 より大きい程そのネットワークは次数親和的であり、0 より小さい程そのネットワークは次数排他的である。また、 $\mu = 0$ または $r = 0$ の場合、 $k_{nn}(k)$ は k に依存しておらずニュートラル・ネットワークという。

ニュートラル・ネットワークの場合、自身の次数は隣接ノードの次数に影響しないので、 $P(k'|k) = p(k')$ が成立することから、(2.3) 式を用いて (2.6) 式は、

$$k_{nn}(k) = \sum_{k'} k' \hat{p}(k') = \sum_{k'} k' \frac{k' p(k')}{\langle k \rangle} = \frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle} \tag{2.8}$$

と表すことができる。

次数相関の傾向は分野ごとに異なる。生物系 (タンパク質の相互作用, 代謝, 神経系, 食物連鎖など) や工学系 (WWW, インターネットなど) のネットワークは次数排他的になりやすい一方で, 社会系 (共著者, 俳優共演などの人間関係) のネットワークは次数親和的になりやすい [6]。社会ネットワークが次数親和性を持つのは, 人間の「類は友を呼ぶ」という性質に基づいているからだと考えられる。次数が多い, すなわち交友関係が広い者同士は交友関係を持ちやすいということである [10]。

2.4 中心性

ネットワーク科学では, どのノードがネットワークの要であるのかを知りたいことがしばしばある。それを明らかにするために用いられるのが中心性という指標であり, 次数中心性, 近接中心性, 媒介中心性など, 様々な中心性の指標が存在する [6]。

2.4.1 次数中心性

次数中心性とは, そのノードの次数を中心性とする指標である。より多くのノードとつながっているノード, すなわちハブとなっているノードが中心となる指標であり, 中心性の中では比較的簡単に計算できる。networkX においては次数中心性の値はそのノードの次数を規格化した数であるので, $k_i/(N-1)$ で表される。

2.4.2 近接中心性

近接中心性は, 自分と他人が平均的にどれくらい近いかという指標に基づいて与えられる中心性である。ノードから情報を発信するときにネットワーク全体に行きわたりやすいかどうかを測る指標ともいえ [6], 定義は,

$$\frac{N-1}{\sum_{\substack{j=1; \\ j \neq i}}^N d(v_i, v_j)} = \overline{D_i}^{-1} \quad (2.9)$$

で与えられる。 $d(v_i, v_j)$ は, v_i から v_j への距離, $\overline{D_i}$ は他の $N-1$ 個のノードへの距離の平均であり, 近接中心性は $\overline{D_i}$ の逆数で表される。つまり他のノードとの距離が近いノードは近接中心性の値は高く, 遠いノードは低くなる。

2.4.3 媒介中心性

媒介中心性は、2点間の最短経路を考えたときにそのノードが最短経路上にある度合いを中心性とする指標である。直感的にはネットワーク上の流れを橋渡ししたり制御したりする度合いであり [6]、定義式は、

$$b_i \equiv \frac{\sum_{\substack{i_s=1; i_t=1; \\ i_s \neq i; i_t \neq i}}^N \sum_{i_t=1}^{i_s-1} \frac{h_i^{(i_s i_t)}}{Q_{i_s i_t}}}{(N-1)(N-2)/2} \quad (2.10)$$

で与えられる [11]。 $h_i^{(i_s i_t)}$ は始点 v_{i_s} から終点 v_{i_t} へ行く最短経路のなかで v_i を通るものの数、 $Q_{i_s i_t}$ は v_{i_s} から v_{i_t} へ行く最短経路の総数である。(2.10) 式の分子は、ノード v_i が他の2点を結ぶ最短経路上にあると v_i に得点が入ることを示している。シグマ記号の和の部分にある $i_s, i_t \neq i$ は、 v_{i_s} あるいは v_{i_t} が v_i ならば v_i が最短経路上にあるのは自明なので、そのような場合を除外することを示す。また、分母は規格化定数であり、頂点 v_i の媒介中心性を計算する際に v_{i_s} と v_{i_t} を選ぶ場合の数が $(N-1)(N-2)/2$ であることを表している。

2.5 ランダム・ネットワークとスケールフリー・ネットワーク

ネットワークの代表的なモデルとして、ランダム・ネットワークとスケールフリー・ネットワークが挙げられる。この2つは全く異なる次数分布をもつ。

2.5.1 ランダム・ネットワーク

ランダム・ネットワークは、ネットワーク上のノード同士が確率 p に基づいてつながっているネットワークであり、このネットワークの解明に重要な役割を果たした2人の数学者の名前から Erdős-Rényi モデル (ER モデル) とも呼ばれる。ランダム・ネットワークにはいくつか定義があるが、最もよく用いられるものとして Gilbert [12] による $G(N, p)$ モデルが挙げられる。

$G(N, p)$ モデルは任意の2つのノードが確率 p で結ばれる。このときネットワークの期待リンク数 $\langle L \rangle$ は、2つのノードの組み合わせの数と確率 p の積で表されるので、

$$\langle L \rangle = \frac{N(N-1)}{2} p \quad (2.11)$$

で表される。よって平均次数 $\langle k \rangle$ は、

$$\langle k \rangle = \frac{2 \langle L \rangle}{N} = (N - 1)p \approx Np \quad (2.12)$$

となる。

ランダム・ネットワークの次数分布は厳密には二項分布に従うが、 N が十分大きい時にはポアソン分布で近似することがすることが可能である。

$$p(k) = {}_{N-1}C_k p^k (1-p)^{N-1-k} \approx e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!} \quad (2.13)$$

そのため次数分布は山なりの形状となる (図 2.2)。また平均次数 500 に対して、次数の最小値は 410, 最大値は 579 と極端な外れ値は存在せず、概ね平均次数周辺に集まるのが特徴である。

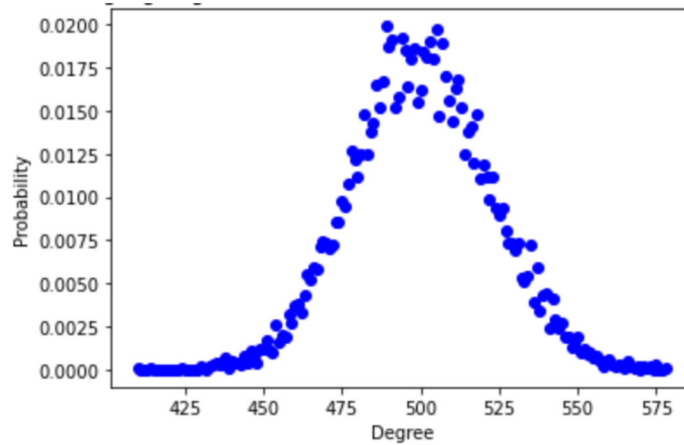


図 2.2 ランダム・ネットワークの次数分布 ($N = 10,000, p = 0.05$)

ランダム・ネットワークでは任意のノードの 1 つ隣には $\langle k \rangle$ 個の、2 つ隣には $\langle k \rangle^2$ 個のノードが存在するので、ネットワークの直径を d_{max} とすると、

$$\langle k \rangle + \langle k \rangle^2 + \dots + \langle k \rangle^{d_{max}} \approx N - 1 \quad (2.14)$$

が成立する。(2.14) 式はさらに、

$$1 + \langle k \rangle + \langle k \rangle^2 + \dots + \langle k \rangle^{d_{max}} = \frac{\langle k \rangle^{d_{max}+1} - 1}{\langle k \rangle - 1} \approx N \quad (2.15)$$

と変形できる。 $\langle k \rangle \gg 1$ と仮定すると、 N が十分大きい時に (2.15) 式は、

$$d_{max} \approx \frac{\ln N}{\ln \langle k \rangle} \quad (2.16)$$

となる。しかし d_{max} は数少ない極端な最長経路の影響を受けるため、平均次数 $\langle k \rangle$ に対して N を過大評価することがある。このことを考慮すると、(2.16) 式の右辺は、直径 d_{max} よりも平均距離 $\bar{D}$ の近似となる。よって (2.16) 式は、

$$\bar{D} \approx \frac{\ln N}{\ln \langle k \rangle} \quad (2.17)$$

と書き換えられる。

ER モデルの次数相関については、無作為にリンクが張られることから構造的に相関を持ちえないので、ニュートラル・ネットワークである。

2.5.2 スケールフリー・ネットワーク

スケールフリー・ネットワークとは次数分布がべき則で近似することが出来るネットワークである (図 2.3 右)。次数分布は a を定数として、

$$p(k) = ak^{-\gamma} \quad (2.18)$$

で表される。

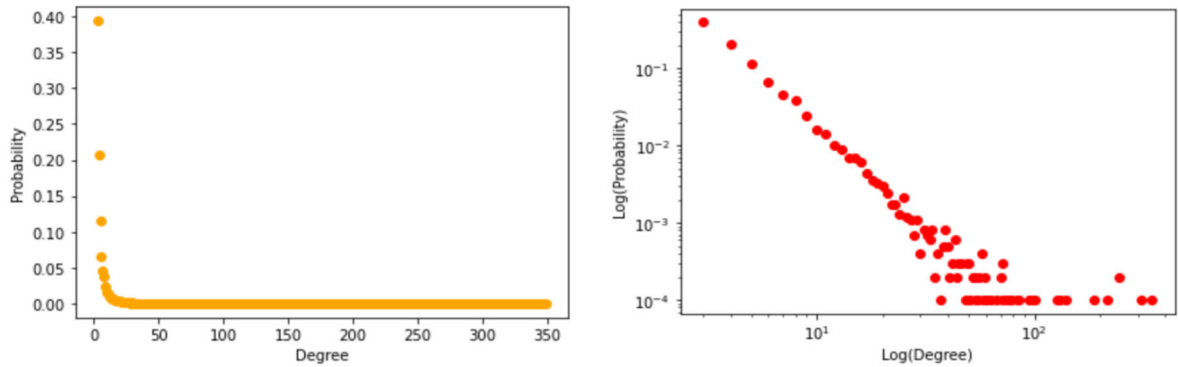


図 2.3 スケールフリー・ネットワークの次数分布 (BA モデル $N = 10,000, m = 3$)

スケールフリー・ネットワークの性質は、 γ の値によって次数分布のモーメント (6.1 節参照) やハブのノードの特徴が異なるため、 γ の値による違いを考慮する必要がある。

$\gamma < 2$ では、 N が十分大きい場合には最大ハブのノードの次数が N よりも大きくなるため、ネットワーク自体が存在し得ない [13]。 $\gamma = 2$ は特殊なネットワークを持つ領域であり、すべてのノードが 1 つのハブに接続されているハブアンドスポーク構

造を持っている。そのため平均距離は N が増加しても一定の値で変わらないという性質をもつ [14, 15]。 $2 < \gamma \leq 3$ は超スモールワールド領域である。この領域ではハブのノードが大量の次数の小さいノードとつながっており、各ノード間の距離を著しく縮めている。ノード間の平均距離はノード数 N に対して $\ln \ln N$ に依存する [14, 15]。このことを超スモールワールドという [15]。 $3 < \gamma$ では、スケールフリー・ネットワークはランダム・ネットワークと区別がつかない領域である。 γ が大きい時にはハブの次数が十分大きい値まで成長せず、平均距離はスモールワールド性を利用すると N に対して $\ln N$ に依存することがわかる ((2.17) 式)。

モーメントに関しては 6.1 節の結果より、1 次のモーメント (平均) は $2 < \gamma$ のときに存在する一方で、2 次のモーメントは $3 < \gamma$ のときにしか存在せず、 $2 < \gamma \leq 3$ のときは発散する。すなわちこのとき分散が発散するとともに標準偏差も発散する。そのため、次数の値は正規分布のようなそのほとんどが特定の範囲に収まるという性質を持たない。現実のスケールフリー・ネットワークは多くが $2 < \gamma < 3$ を満たすため、それらのネットワークに関して任意にノードを選んだ際に、次数がおおよそどのような範囲の値になるのか予想することができない。

代表的なスケールフリー・ネットワークのモデルである Barabási-Albert モデル (BA モデル) [16] は、成長と優先的選択の 2 つの重要な性質を持っている。成長は、ネットワークのノード数 N を増やす動的なプロセスであり、 N が固定されている静的な ER モデルとは対照的である。優先的選択とは、新たに導入されたノードがどの既存ノードに接続するのかを考える際に、次数の高いノードを選択しようとする性質である。このとき新たに増加するリンク数のパラメータが m である。この性質も、ランダムにリンクを張る ER モデルとは対照的である。具体的に既に導入されたノードがリンクを獲得する確率 Π_i は、

$$\Pi_i(k) = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^N k_j} \quad (2.19)$$

である。BA モデルの次数分布は解析的に、

$$p(k) \approx \frac{2m(m+1)}{k(k+1)(k+2)} \sim k^{-3} \quad (2.20)$$

で表される [17]。図 2.3 は $N = 10,000, m = 3$ の BA モデルで生成したネットワークの次数分布である。平均次数は $6 (= 2m)$ に対して、次数の最小値は $3 (= m)$ 、最大値

は 350 と非常に右に裾の広い分布となっていることがわかる (図 2.3 左)。この原因は、初期に追加されたノードはまだ他のノードの次数も少ないため比較的リンクを獲得しやすい一方で、後に追加されたノードはその時点で既に他のノードの次数は多いためなかなかリンクを獲得しづらいからである。このべき則に従う次数分布では、ほとんどのノードは少数のリンクしか持たない一方で、ごくわずかな数のノードが多数のリンクを持つという特徴がある。

BA モデルの次数相関は解析的な計算 [18] より、

$$k_{nn}(k) \sim \frac{m}{2} \ln N \quad (2.21)$$

となり k に依存しないので、ニュートラル・ネットワークである。

2.6 コミュニティ構造

同じ集団内での枝が密であるが、異なる集団間には枝が少ないネットワークが存在する。この集団のことをコミュニティという。ネットワーク構造において 1 つのネットワークが複数のコミュニティに分かれる時とき、そのネットワークはコミュニティ構造をもつという [19]。

コミュニティ構造の研究自体はネットワーク科学の歴史よりも古く、社会学では 1977 年に Zachary が空手クラブの人間関係のコミュニティ構造について解析した研究 [20] が有名である。図 2.4 は海外のある大学の空手クラブにおいて経営をめぐって分裂が発生した際の、その中心メンバー 34 人の人間関係を表したグラフである [21]。図 2.4 の分割は実際の人間関係の分裂をよく表している。

コミュニティ検出に際して様々なアルゴリズムが存在し、そのアルゴリズムによって得られる結果も変わる。最も簡単なコミュニティ検出方法である二分分割法は、ネットワークを 2 つのサブグラフに分けてその間を結ぶリンクを最小にするものである。しかしこの方法は分け方の場合の数がベル数で表され、ネットワークのノード数の増加に対して指数関数よりも早く増加するため、コンピュータを用いても適切な分割を見つけ出すことは非現実的である [22, 23, 24]。

指数関数時間より短い多項式時間でコミュニティ分割をする方法として階層的クラスタリングが挙げられる。階層的クラスタリングでは、ノード v_i とノード v_j の距離の情報を表す x_{ij} を類似行列とし、これを用いて類似性の高い頂点の集団を反復的に見つ

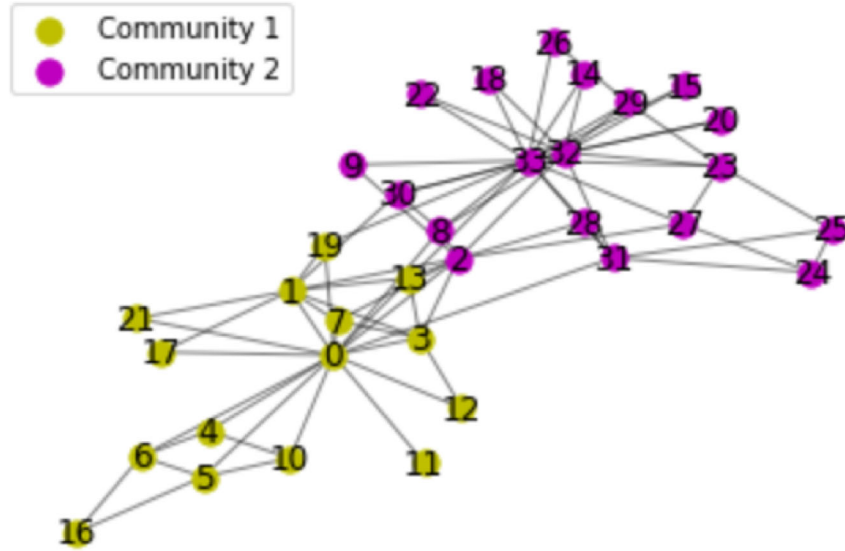


図 2.4 空手クラブの人間関係 [21]

け出す方法である。階層的クラスタリングには凝集型と分割型の 2 つのアルゴリズムが存在する。凝集型は類似性の高い頂点を同じコミュニティを集める方法であり，分割型は類似性の低い頂点を分けることでコミュニティを分割する方法である。本研究では分割型のアルゴリズムである Girvan-Newman 法 [25] を用いる。

2.6.1 Girvan-Newman 法

Girvan-Newman 法において， x_{ij} はリンクの媒介中心性を表す。リンクの媒介中心性は (2.10) 式で定義されたノードの媒介中心性と同じ概念であり， x_{ij} はノード i とノード j を結ぶリンクを通る最短経路の数と定義される。最短経路が複数ある際の処理も (2.10) 式同様である。すなわち異なるコミュニティを結ぶリンクは x_{ij} が大きくなり，逆に同じコミュニティに属するノードを結ぶリンクは x_{ij} が小さくなる傾向がある。

Girvan-Newman 法のアルゴリズムを示す (図 2.5)。

1. ネットワーク上のすべてのリンクについて媒介中心性 x_{ij} を計算する。
2. その中で最も媒介中心性 x_{ij} の高いリンクを削除する。このとき最も媒介中心性の高いリンクが複数ある場合はランダムで 1 つ選ぶ (図 2.5-C)。
3. 取り除いた後のネットワークについてリンクの媒介中心性を再計算する。

4. すべてのリンクが削除されるまでステップ2とステップ3を繰り返す。

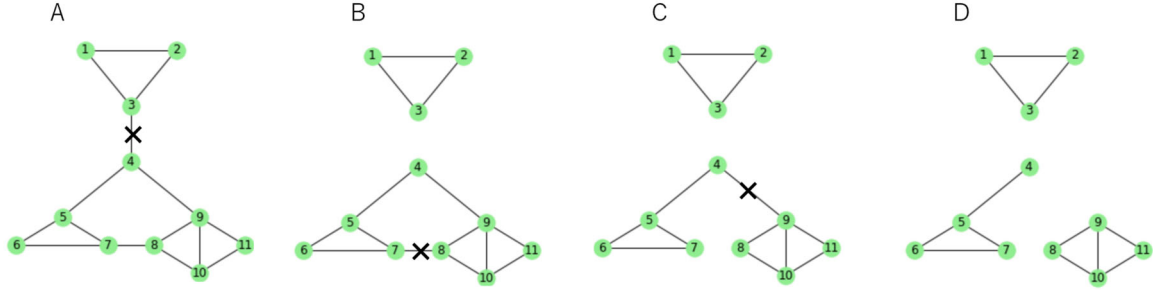


図 2.5 Girvan-Newman 法のアルゴリズム

この Girvan-Newman 法の計算の複雑性として、リンクの媒介中心性の計算量は $O(LN)$ となる [26, 27]。またステップ4をリンク数 L 回実行する必要があるので、アルゴリズム全体の計算量は $O(L^2N)$ で測られ、疎なネットワークの場合は $O(N^3)$ と多項式時間で計算可能である [25]。

2.6.2 モジュラリティ

前節で紹介した Girvan-Newman 法のステップに従うと、最終的には数多くの非常に小さいコミュニティとなってしまい、適切なコミュニティ分割とはいえないケースも多く、最終状態におけるコミュニティ分割よりも途中の段階におけるコミュニティ分割の方が優れていることもしばしばある。コミュニティ分割の良し悪しの基準としてモジュラリティと呼ばれる指標を用いる。モジュラリティはその値が高い程良いコミュニティ分割であることを示しており、そのコミュニティ内で次数が一定のもとでランダムにネットワークが張られた状態とどれだけ乖離しているかによって定義される。各コミュニティのモジュラリティの値を M_c と置くと、

$$M_c = \frac{1}{2L} \sum_{(i,j) \in C_c} (B_{ij} - p_{ij}) \quad (2.22)$$

で定義される。ネットワークを n_c 個のコミュニティに分割する状況を考え、分割されたそれぞれのコミュニティは N_c 個のノードと L_c 個のリンクを持つ ($c = 1, 2, \dots, n_c$)。 C_c は分割によって発生したコミュニティであり、 N_c 個のノードの間に期待されているリンク数、すなわち N_c 個のノード間に期待されるのリンク数よりも L_c が多ければ、

C_c 内のノードは確かにコミュニティの一部と考えられる。 B_{ij} は実際のネットワークのリンク数, p_{ij} はそのコミュニティ内における期待リンク数 ((6.3) 式) を表しており, その差を考える。

さらに式 (2.22) を変形していくと, k_c をこのコミュニティ内のノードの次数の合計として,

$$M = \sum_{c=1}^{n_c} \left[\frac{L_c}{L} - \left(\frac{k_c}{2L} \right)^2 \right] \quad (2.23)$$

となる (6.2 節参照)[25]。ここで, (2.22) 式の M_c はコミュニティごとのモジュラリティを表しているのに対して, (2.23) 式の M はネットワーク全体のモジュラリティを表していることに注意されたい ((6.4) 式参照)。本研究では Girvan-Newman 法による分割において, モジュラリティ M を最大化させる分割数を採用する。

Girvan-Newman 法以外のアルゴリズムとして, 凝集型アルゴリズムである Ravasz 法 [28] やこのモジュラリティを最大化するアルゴリズムとして貪欲 (greedy) 法 [29] やさらに高速化された Louvain 法 [30] などが存在する。

3 カスケード故障

カスケード (cascade) という単語は、階段状に連なった滝という意味であり、これが転じて連鎖的に物事が生じることを指す言葉としても使われる。つまりカスケード故障とは、故障が次々と連鎖的に発生していく現象である。杉下, 日下部, 朝倉 [31] は, 「ネットワーク状のシステムにおいて, 一部のノードやリンクで発生する比較的小さな障害が要因となり, 鎖的な障害がネットワーク上を波及する現象を指すことが多い。このような連鎖的な障害は, ネットワーク上に何らかの影響が伝搬するメカニズム (ネットワーク上の物量の流れなど) が存在することが原因である。」と述べている。

ネットワークにおけるカスケード故障のモデルとして, Motter-Lai は媒介中心性を用いたモデル (以下 Motter-Lai モデルとする) を提唱した [2]。本研究では Motter-Lai モデルを基本として, より現実のモデルに近づけた改良モデルを用いて分析する。

3.1 Motter-Lai モデル

Motter-Lai モデルでは, ネットワーク上の各ノード同士に何らかの流れ (ここでは電流) が存在し, その流れはネットワーク上の最短経路を通過すると仮定する。ここで最短経路とはネットワーク上の最短距離を指す。このとき各ノード v_i を通過する電流の量は (2.10) 式で定義された媒介中心性 b_i に等しい [32, 33, 34]。 (2.10) 式によると, 2 つのノードを結ぶ最短経路が複数 (Q 通り) 存在する場合, それぞれの最短経路を流れる電流の量は $1/Q$ となる。

初期状態ではどのノードも容量超過を起こしていないと仮定する。さらに人工的なネットワークにおいては各ノードに容量の余裕を持たせることが可能である。この余裕の度合いを全ノードで均一の値 $z \geq 1$ で表す。ノードの容量は初期時点での流れの通過量 (=媒介中心性) に比例すると仮定する。すると各ノードの容量 c_i は,

$$c_i = zb_i (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.1)$$

で表される。時刻 t におけるネットワークの状態を $W(t)$, 媒介中心性を b_i^t とおく。 $t = 0$ のとき, ネットワークは初期状態であり, どのノード v_i でも $c_i \geq b_i^0$ が成立

している。時刻 $t \geq 1$ において、

$$c_i = zb_i^0 < b_i^t \quad (3.2)$$

となった時にノード v_i は故障する。以下 Motter-Lai モデルの手順を示す。

1. $t = 1$ で任意のノードを破壊する。破壊したノードの番号の集合を V_d とおく。
2. 破壊されたノードを通過していた電流は、別の最短経路を通過しないければならなくなり、各ノードの通過量が更新されるので、この $W(1)$ の状態で媒介中心性 b_i^1 を再計算する。
3. このとき (3.2) 式を満たすノード v_i は容量オーバーによって故障する。故障したノードとそれに接続されていたリンクはネットワークから削除される。
4. $t = 2$ に入る。この $W(2)$ の状態で残ったノードの媒介中心性 b_i^2 を再計算し、(3.2) 式を満たすノード v_i は容量オーバーによって故障する。故障したノードとそれに接続されていたリンクはネットワークから削除される。
5. $t = 3$ 以降もステップ 3 と 4 を、容量オーバーによって除去されるノードがなくなるまで繰り返す。

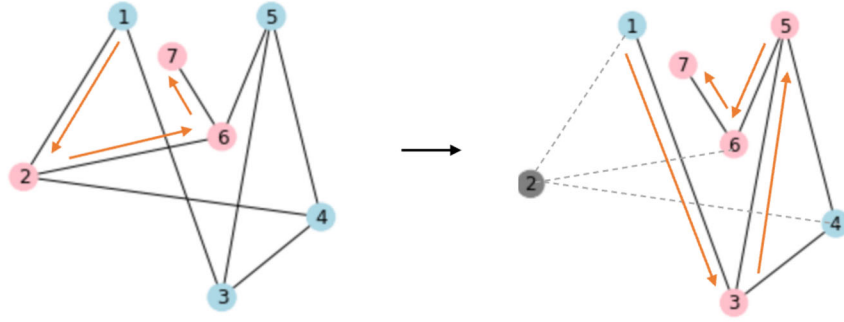


図 3.1 Motter-Lai モデルにおける電流の流れの変化

図 3.1 に具体的な例を示した。No.1 から No.7 への電流の流れのみを考える。初期状態のネットワーク (左) における No.1 から No.7 への最短経路は、No.1 → No.2 → No.6 → No.7 であるので、この電流の流れは No.3 や No.5 に負荷をかけていない。ここで No.2 を破壊する。このときのネットワーク (右) において No.1 から No.7 への最短経路は、No.1 → No.3 → No.5 → No.6 → No.7 に変更される。この変更により、初期状態で負荷がかかっていなかった No.3, No.5 に電流が流れるようになった。この電流

の増加によって負荷が z 倍以上になるとそのノードは故障する。

ネットワークの最終状態における最大連結成分のノード数を N^{after} とおき、

$$\tilde{G}(z) = N^{after}/N \quad (3.3)$$

と定義する。この $\tilde{G}(z)$ の値によってカスケード故障の規模を測る。 $\tilde{G}(z)$ の値が小さいほど最終状態における最大連結成分の頂点数が少ないので、カスケード故障によるネットワークの分断が大規模であることを意味する。また N が十分大きい際には $\tilde{G}(\infty) = (N-1)/N \doteq 1$ となるが、現実的な問題としてノードの容量を増やすのには莫大な費用がかかることが挙げられる。

3.2 カスケード故障の防御モデル

カスケード故障を未然に防ぐには、ノードの容量の係数 z を大きくしたり新たにリンクを追加したりなど対策法は様々存在するが、それらの方法は膨大な時間や費用がかかってしまう。そこで、ネットワークにおいてカスケード故障が発生した際に事後的に故障の連鎖を防ぐ方法が Motter[3] によって提案されている。

この方法では $t = 1$ で最初のノードが破壊された瞬間に、特定のノードを意図的に除去することによって N^{after} の値を増やすというものである。この方法は意図的除去 (Intentional Removals : 以下 IRs) と呼ばれる。

初期状態においてノード v_i を通過する電流の量は媒介中心性 b_i に等しい [32, 33, 34]。次にノード v_i が生成する電流の量を g_i とすると、発電所は他のノードとの最短経路上にあるノードに負荷を与える (最短経路上にあるノードの数だけ電流を生成する) ので、

$$g_i = \sum_j (D_{ij} + 1) = (\bar{D}_i + 1)(N - 1) \quad (3.4)$$

で表される。ここで D_{ij} はノード v_i とノード v_j の最短経路長、 $\bar{D}_i$ はノード i と他のノードの距離の平均を表している。

IRs の大筋は、電流を通す量が少ない ($=b_i$ が小さい) が電流を放出する量が多い ($=g_i$ が大きい) ノードを除去して全体の電流量を減らすことによって過負荷による故障を防ぐことである。このとき除去されるノードの決め方は複数ある。1 つは先ほど説明したように $\Delta_i = b_i - g_i$ が小さいノードから壊す方法である。この他にも (2.9) 式で

示した近接中心性 $\overline{D}_i^{-1}$ の小さいノードから壊す方法や、媒介中心性 b_i の小さいノードから壊す方法、次数 κ_i の小さいノードから壊す方法がある。この4通りの選び方について、 $b_i, \overline{D}_i^{-1}, \kappa_i$ には正の相関があり、また b_i と g_i には負の相関があるためどの4つの方法でも結論はほとんど変わらない (6.3 節参照)。

IRs によって壊すノードの割合を f とする。次数分布 $p(k) = k^{-3}$, $N = 5,000$, 最小次数 $\kappa_0 = 2$ の次数保存ランダム化 [35] (6.2 節, 6.3.2 節参照) を施したスケールフリー・ネットワークにおいて、Motter のシミュレーションによると、 $z = 1.5$ において、(3.3) 式で定義された $\tilde{G}(z)$ は、IRs の導入によって 0.06 から 0.60 に改善された。また、同様に $z = 1.5$ において $f = 0.3$ の時に $\tilde{G}(z)$ が最大となった。

3.3 Motter-Lai モデルの再定義

3.1 節で紹介した Motter-Lai モデルを本研究で直接使うにはふさわしくない点が複数存在する。

1 点目として、Motter-Lai モデルにおける電流の流れは (2.10) 式で定義された媒介中心性を基準としている。(2.10) 式の定義によると、電流は全てのノードから他の全てのノードへ流れているという仕組みとなっている。しかし今回考える電力網ネットワークでは、ノードは発電所のみならず変電所、変換所、開閉所を含んでいる。そのため Motter-Lai モデルを直接用いると、変電所、変換所、開閉所も電流を生成しているということとなり、現実の電流の流れと大きく乖離してしまう。これを解決するために、媒介中心性を直接用いるのではなく、発電所のノードのみから電流が発生するように計算し直したものを本研究では用いる。今回のネットワークにおける発電所ノードは No.0~28, 変電所, 変換所, 開閉所ノードは No.29~129であることを考えると、初期状態 $W(0)$ においてノード v_i を流れる電流の量は、

$$b_i \equiv \sum_{\substack{i_s=0; i_t=0; \\ i_s \neq i \\ i_t \neq i}}^{28} \sum_{i_t=0}^{129} \frac{h_i^{(i_s i_t)}}{Q_{i_s i_t}} \quad (3.5)$$

で表される (各記号の意味は (2.10) 式と同じ)。但し規格化定数は除外してある。本研究では本来の媒介中心性の代わりに式 (3.5) を用いて電流の流れを定義する。

2 点目は、媒介中心性の再定義に伴って、(3.3) 式の $\tilde{G}(z) = N^{after}/N$ という定義に基づいてカスケード故障の大きさを測るということが、今回のカスケード故障の分析

には適していないという点である。 N^{after} は最終状態における最大連結成分のノード数を示していたが、電力という観点では、最大連結成分のノード以外にも発電所を含んでいる連結成分のノードは電気が通っている。本研究ではカスケード故障による停電の規模を研究することが目的であるので、電気が通っている連結成分は全て生存しているとみなすこととする。そのため N' を発電所を含む連結成分のノード数と定義することによって、

$$G(z) = N'/N \quad (3.6)$$

と定義し、これを用いてカスケード故障による停電の規模を測る。

本節では媒介中心性を再定義したが、2.6.1 節で導入した Girvan-Newman 法におけるリンクの媒介中心性の計算には影響せず、(2.10) 式で定義した媒介中心性の計算方法を用いる。

4 結果

4.1 ネットワークの特徴

まず関西電力送配電に掲載されてある 154kV 以上の送電線ネットワーク (2023 年 8 月 7 日時点) を出力した。ネットワーク全体の概観としては、ノード数は $N = 130$, リンク数は $L = 196$, 直径 $d_{max} = 13$, 次数相関指数は $\mu = -0.071$ のニュートラル・ネットワークであった。

4.1.1 ネットワークの可視化

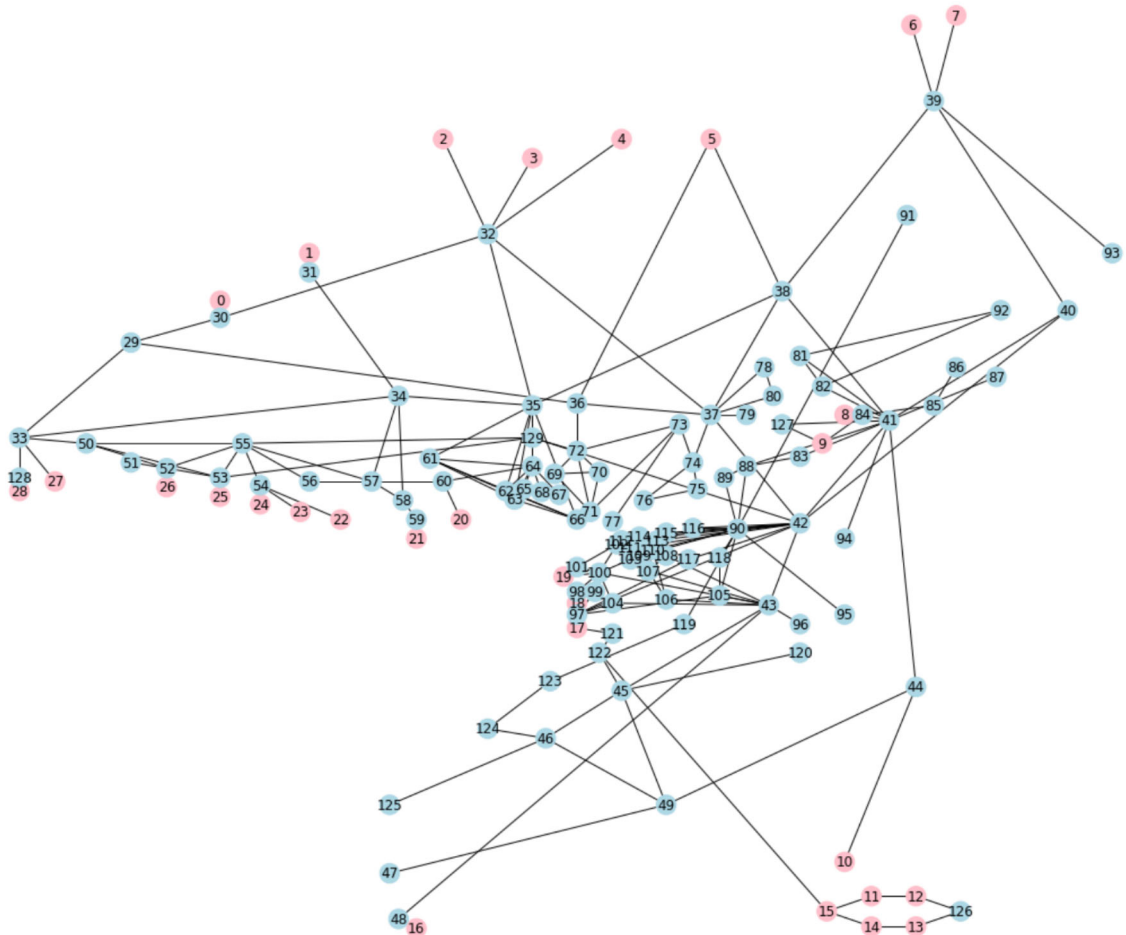


図 4.1 関西地区の電力網ネットワーク (桃色は発電所, 水色はそれ以外の施設を表している)

桃色のノードは発電所, 水色ノードはそれ以外の施設を表している。この図 4.1 におけるノードの配置は, 地理的な緯度経度に対応してある。北は福井県の敦賀から南は和歌山県の御坊や新宮まで, 東は滋賀県の東近江から西は兵庫県の赤穂までこのネットワークに含まれている。

発電所の分布としては, まず内陸部には水力発電所が多い (No.0~1 や 11~15)。これは水力発電に必要なダムや滝が山間部に多いからだと考えられる。原子力発電所は日本海側の若狭湾から敦賀湾 (No.4~7) に集中している。原子力発電所の建設には, 広大な土地や強固な地盤, 冷却に必要な海水へのアクセスといった条件が複数あり, これを満たしているのが理由である*²。また阪神地区の港には火力発電所 (No.17~28) が多く立地している。大阪港や神戸港といった大規模な港が存在するため, 原油の輸入による火力発電が容易であるからだと考えられる。阪神地区から姫路にかけての火力発電所地帯からは直接小規模変電所へとつながる一方で, その他の地域からは大規模変電所を介して小規模変電所へと電力が送られている。このため, 大規模な送電線ネットワークは主に都市部を避けて構成されている。

西宮や尼崎付近のノード群 (No.61~72) や大阪湾付近のノード群 (No.97~118) は非常に密集しているため拡大図を示す。

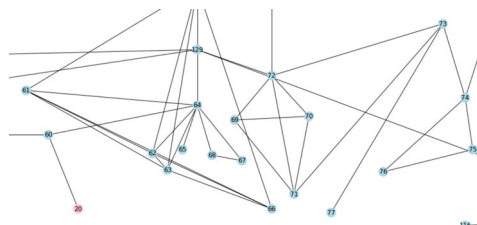


図 4.2 西宮, 尼崎付近の拡大図 (No.61~72)

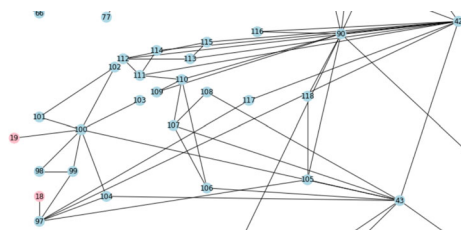


図 4.3 大阪湾付近の拡大図 (No.97~118)

*² <http://www.athome.tsuruga.fukui.jp/nuclear/information/faq-02/etc/kousyoku.html>

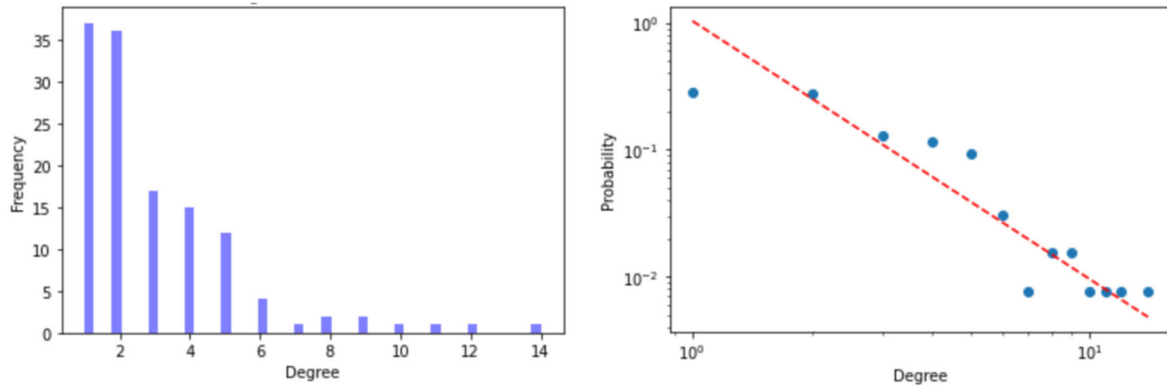


図 4.4 次数分布 (左) とその対数プロット (右)

ネットワークの次数分布を図 4.4 に示した。左側の対数プロット前のグラフは右に裾の広がった分布をしており、明らかにランダム・ネットワークのポアソン分布 (図 2.2) とは異なる分布をしていることがわかる。この次数分布のべき数は $\gamma = 2.03$ と非常に強いスケールフリー性を持っている。

$\gamma = 2.03$ という値はハブアンドスポーク構造と超スモールワールド領域の境界近くの値であるが、平均距離は $\langle d \rangle = 4.80$ とそれほど小さい値ではない。このネットワークが $N = 130, L = 196$ のランダム・ネットワークと仮定しても (2.17) 式より $\langle d \rangle = 4.41$ となる。そのためこの電力網ネットワークは、次数分布については $\gamma = 2.03$ とかなりスケールフリー性の強い値にもかかわらず平均距離はランダム・ネットワークよりも大きく、理論値とは少し離れた構造である。考えられる原因としては、ノード数の少なさである。 $\gamma = 2.03$ で平均距離 $\langle d \rangle$ が小さいというのはノード数 N が十分大きいと仮定した場合であり、今回のネットワークは $N = 130$ とそれほど大きい値ではないことが原因だと考えられる。

ネットワークの次数、媒介中心性について、上位 6 ノードは表 4.1 の通りである。多少の違いはあるが、概ね次数の上位と媒介中心性の上位は一致している。ここで特徴的であるのが、No.122 と 129 のノードである。No.122 のノードは 275kV の小規模な変電所であり次数も 2 であるが、(3.5) 式で定義された媒介中心性では 130 ノード中 5 位となっている。これは 5 つの発電所 (No.11~15) がある紀伊半島南部の山地と関西地区の主要市街地を結ぶ唯一の送電線上に位置するノードであるためである。No.129 のノードは次数が 6 と主要ノードでは比較的少ない値であるが、(3.5) 式で定義され

表 4.1 次数の上位 6 ノード (左) と媒介中心性の上位 6 ノード (右)

順位	No	施設名	次数	順位	No	施設名	媒介中心性
1	42	新生駒変電所	14	1	42	新生駒変電所	1914
2	41	南京都変電所	12	2	43	信貴変電所	1365
3	90	東大阪変電所	11	3	129	宝塚開閉所	1244
4	43	信貴変電所	10	4	45	金剛変電所	1015
5	35	猪名川変電所	9	5	122	南大阪変電所	927
5	64	伊丹変電所	9	6	41	南京都変電所	786

た媒介中心性は 3 位となっている。このノードは日本海側や兵庫県中部で生成された電力を人口の多い (ノードの多い) 阪神地区に供給するために通過されやすい位置にある。また東西方向でみると, 東は奈良 (No.42), 西は西播 (No.50 や 53) と直接つながっているために, より遠方に電力を供給するための重要な経路として利用されているからだと考えられる。

4.1.2 電力網ネットワークのコミュニティ構造

2.6 節で紹介した Girvan-Newman 法によるコミュニティ分割を行う。この方法はコミュニティ数を任意で決定することが可能であるので, (2.23) 式で定義されたモジュラリティを最大化させるコミュニティ数である 5 つに分ける (図 4.5)。5 つに分けたコミュニティを図 4.6 に示す。

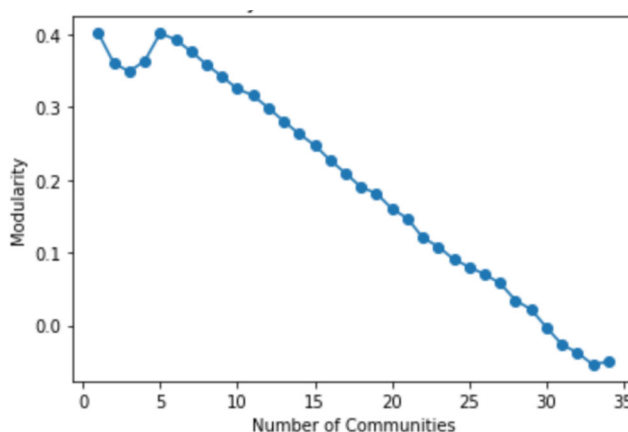


図 4.5 コミュニティ分割数とモジュラリティ

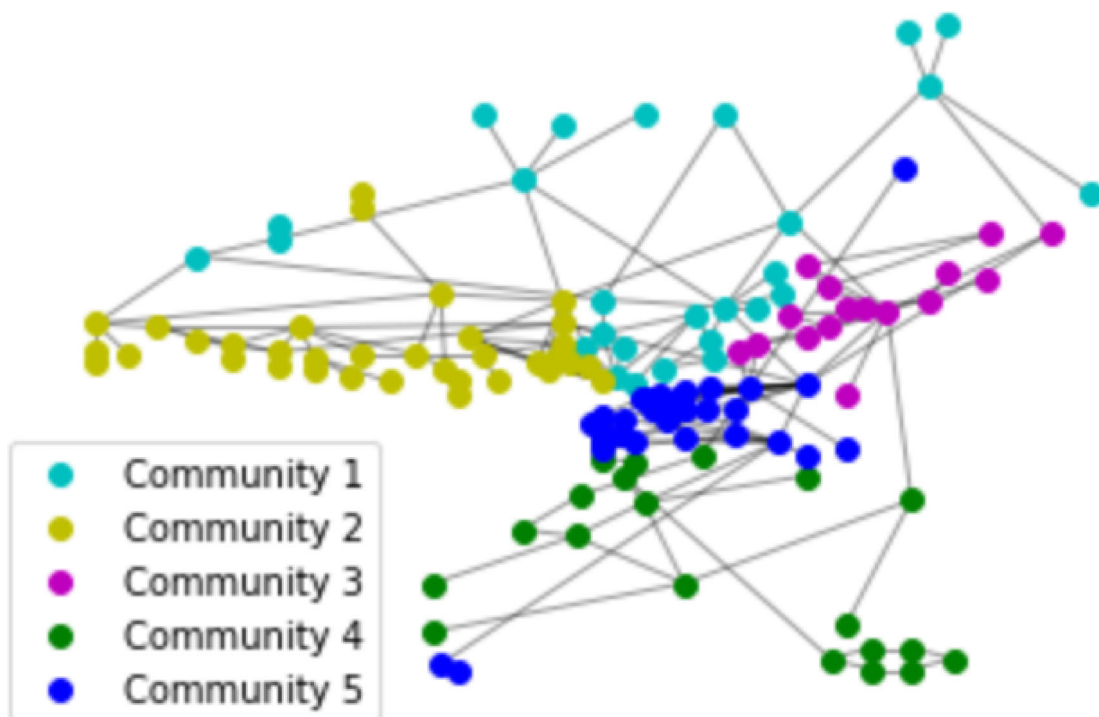


図 4.6 コミュニティ分割 ($n_c = 5$)

水色で示された Community1 は日本海と大阪北部のコミュニティを表している。このコミュニティは日本海沿岸の発電所 (No.2~7) やそれを阪神地区に媒介する大規模ノード (No.36~39), そして淀川や能勢といった阪神地区北部 (No.69~80) といった地理的にかなり幅広いエリアから構成されている。

黄色で示された Community2 は瀬戸内海沿いのコミュニティを表している。このコミュニティは神戸, 加古川, 姫路, 赤穂といった兵庫県の瀬戸内海沿いの火力発電所 (No.20~28) や阪神地区西部, 播州地区 (No.50~68) を中心に構成されており, 兵庫県南部をカバーしている。

桃色で示された Community3 は京都市周辺のコミュニティを表している。このコミュニティは京都市内の水力発電所 (No.8, 9) やその周辺都市の変電所 (No.81~89) などから構成されている。京都市やその周辺は内陸に位置する都市部であるため, 発電所も小規模であり他のコミュニティと比べて小規模ノードの割合が高いのが特徴である。

緑色で示された Community4 は阪神地区南部のコミュニティを表している。このコ

コミュニティは大阪湾南部の発電所 (No.17) や吉野地区の水力発電所 (No.10～15), それらを大阪の都市部に媒介するための変電所 (No.44～49) から構成されている。

青色で示された Community5 は大阪中心部のコミュニティを表している。このコミュニティは大阪港付近の発電所 (No.18～19) と阪神地区東部 (大阪市, 堺市など) の密集した多数の小規模変電所 (No.97～118, 図 4.3 参照) などから構成されている。次数, 媒介中心性の大きさが共に第 1 位である新生駒変電所 (No.42), 大阪府の北半分と南半分をつなぐ次数第 4 位の信貴変電所 (No.43), 500kV の大規模ノード群と先述の密集した小規模ノード群をつないでいる次数第 3 位の東大阪変電所 (No.90) といったハブともいえるノードがこのコミュニティの東部に集まっている。また送電線は地理的にかなり遠いノード同士を結ぶこともあり, このコミュニティの最北端である滋賀県の高島変電所 (No.91) と最南端の御坊発電所 (No.16) を結ぶ直線は Community2 を除くすべてのコミュニティを横切っている。

このコミュニティ分析から分かることとして, 京都府, 大阪府, 兵庫県それぞれの都市部の県境とコミュニティの境目がかなり高い精度で一致してあったことである。Community2(兵庫側) と Community1(大阪側) は西島変電所と御幣島変電所 (No.66/67, 共に大阪府) が兵庫側に属している以外は兵庫県と大阪府で分割されている (図 4.7 左)。また, Community3(京都側) と Community5(大阪側) も枚方変電所と新寝屋川変電所 (No.88/89, 共に大阪府) が京都側の Community3 に属している以外は大阪府と京都府で分割されている (図 4.7 右)。

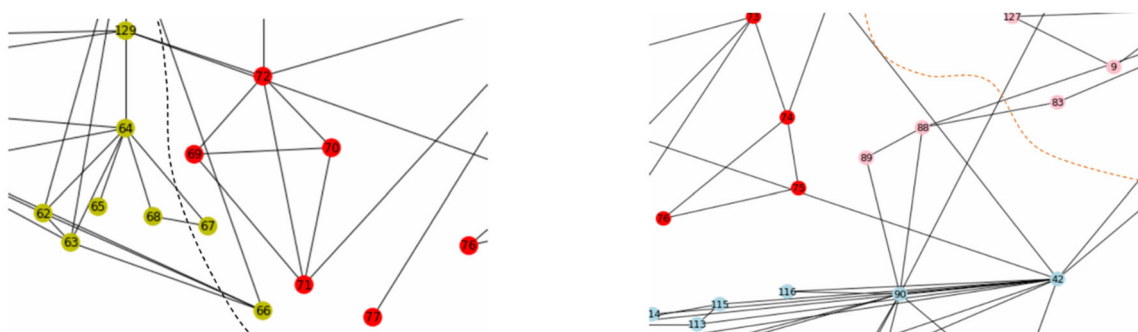


図 4.7 コミュニティの境界と県境 (左は兵庫県と大阪府, 右は大阪府と京都府)

4.2 カスケード故障のシミュレーション

3.3 節で再定義した Motter-Lai モデルを本ネットワークに適用する。

4.2.1 中心ノードへの攻撃

電力網ネットワークに対して攻撃がなされたとする。攻撃者は効率よく電気を遮断させるため、媒介中心性の高いノードを攻撃することが想定される。最も媒介中心性が高いノードは No.42(生駒変電所) であるので、まずはこのノードが攻撃によって破壊された場合を想定する。Motter-Lai モデルではこの瞬間に No.42 を通過していた電流は違う経路をたどるため、他の頂点の電流通過量も変化する。

まずは $z = 1.0$ の場合を考える。このとき各ノードは容量に全く余裕がないので、少しでも電流の通過量が増加すると故障する。 $t = 1$ で No.42 を破壊した瞬間に 33 個のノードが故障し、さらに $t = 2$ で 4 つのノードが故障する。合計 37 個のノードが容量オーバーで故障し、35 のノードが発電所とつながらなくなったので、電気が通っているノードが $N' = 57$ となり、 $G(z)$ は $G(1.0) = 57/130 = 0.438$ となった。つまり半分以上の消費者が電力を得られなくなった (図 4.8)。

$z = 1.6$ とすると、 $t = 1$ の段階で故障するノードは、No.5, 35, 38, 41, 44, 49, 88, 90, 104, 105, 106, 107, 110, 111, 112 の 15 個であった。続いて $t = 2$ の段階で故障するノードは、No.9, 29, 61, 62, 63, 99, 124 の 7 つであった。さらに $t = 3$ では No.36, 72 が、 $t = 4$ では No.71 のノードが故障した。No.71 の故障後、連鎖して故障する頂点はなくなったのでここで実験終了となる。このとき、ノード数 N は 104 まで減少した。さらに発電所とつながっていない 22 個のノードを除外すると、電気が通っているノードは $N' = 82$ となり、 $G(1.6) = 82/130 = 0.631$ となった。

図 4.9 によると、生存ノード (電気の通っているノード) は 7 つの成分に分裂した。初期状態ではネットワークは 1 つの最大連結成分から構成されていたが、1 回目の連鎖故障の時点で分裂している (図 4.9)。図 4.6 の Community4 からそれ以外の Community に行くには必ず No.41 か No.42 のいずれかを通らなければならない。したがって No.41 と 42 の 2 つのノードが壊れた段階で大阪南部とそれ以外が分断されることとなる。しかし電力の観点では分断された双方に発電所は存在する限り、必ずしも分断そのものが消費者に深刻な影響を与えるわけではない。

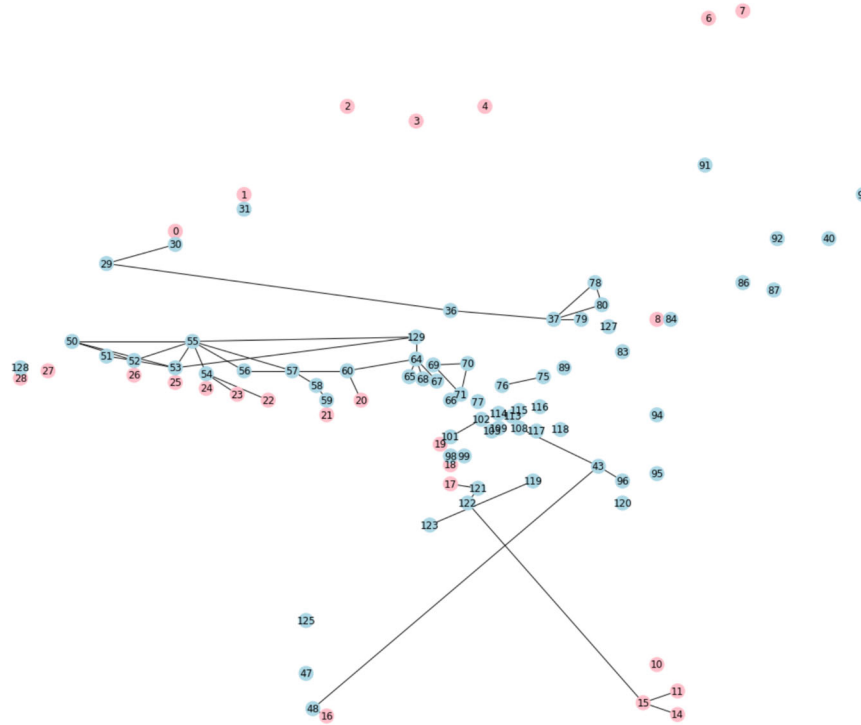


図 4.8 $z = 1.0$ で No.42 破壊時の最終状態

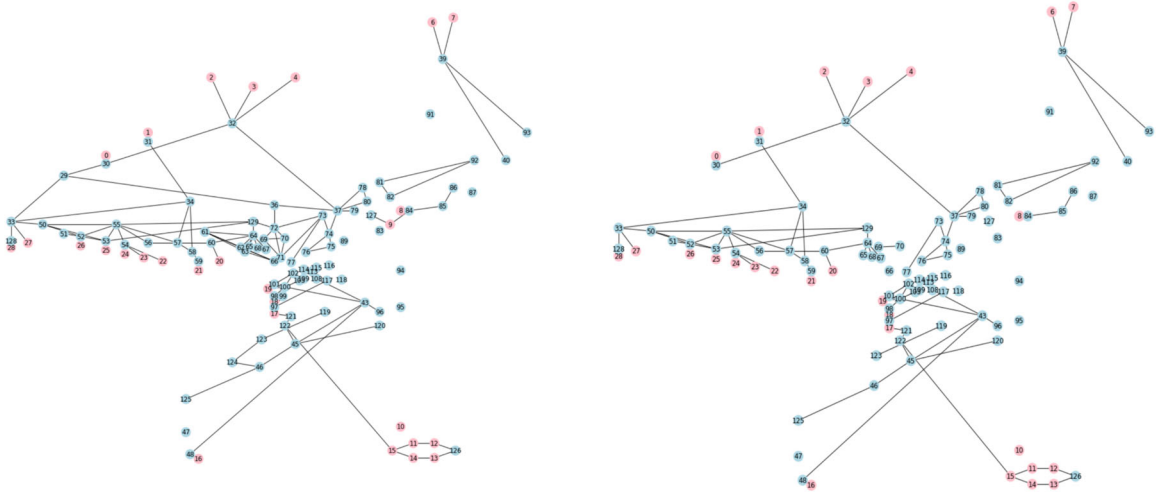


図 4.9 $z = 1.6$ で No.42 破壊時の $t = 1$ 終了時 (左) と最終状態 (右)

次に $V_d = \{42\}$ で固定して、耐久パラメータ z の値のみを変更した (図 4.10)。概ね $G(z)$ は z に対して増加傾向ではあるものの、厳密に $G(z)$ は z について単調増加ではなく、例えば $G(1.2) = 0.638$ であるのに対して $G(1.5) = 0.631$ となっている。これは施設 (発電所や変電所等) の耐久力を増加させることによってかえってより停電の範囲が広まってしまう可能性が存在することを意味する。

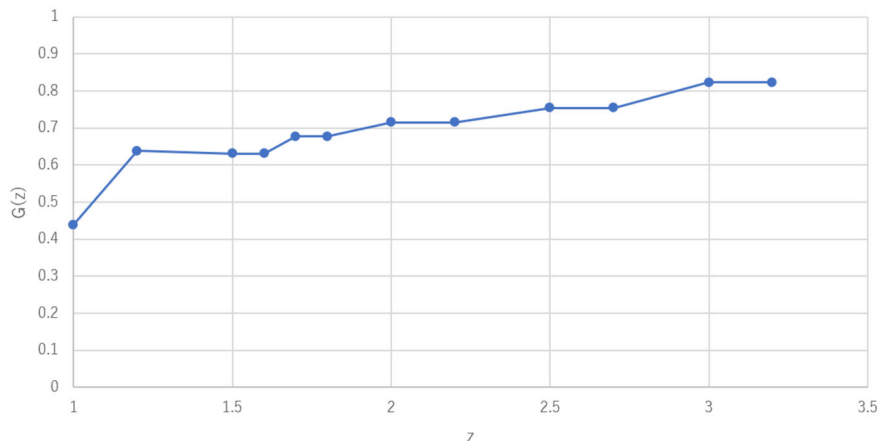


図 4.10 No.42 破壊時の $G(z)$

このような現象が発生する原因として、 z の増加によって (防御目線で) 壊れた方が良いノードが壊れなかったことが挙げられる。 $z = 1.2$ と $z = 1.5$ の場合を対比して考える。

$z = 1.2$ のとき、No.42 を破壊した後 $t = 1$ で故障するノードは、 $z = 1.5$ のときの 15 ノードに加えて No.34 と 73 の 2 つが追加された。 $t = 2$ での故障を考える。 $z = 1.2$ のときは、 $z = 1.5$ のときの 7 ノードに加えて No.36 が追加された。この時点で No.34, 36, 73 のノードは $z = 1.5$ の場合のみ生存している。 $t = 2$ 終了時点での尼崎付近のネットワークを対比する。

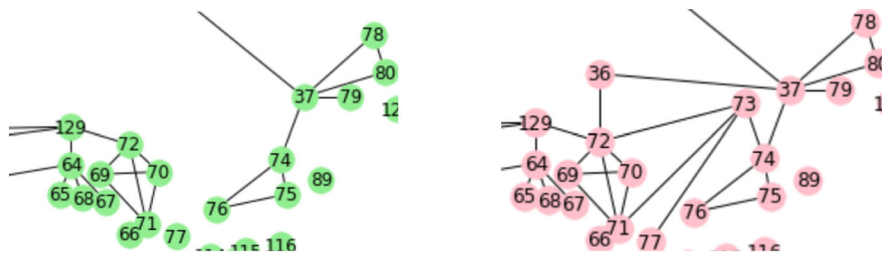


図 4.11 $t = 2$ 終了時点での $z = 1.2$ (左), $z = 1.5$ (右) での尼崎付近のネットワーク

図 4.11 において、 $z = 1.2$ のとき西側の連結成分 (No.70 を含む方, 31 ノード) と東側の連結成分 (No.76 を含む方, 13 ノード) は No.36, 73 の故障によって分断されている一方で、 $z = 1.5$ のときには No.70 と No.76 は同じ連結成分 (50 ノード) に属している。Motter-Lai モデルでカスケード故障を考えると、ネットワークが連結している方がより遠くまで電気を運ぶ必要があり全体の電流量は増加するので、分断されている場合よりも各ノードが容量オーバーによって故障する確率が大きくなる。No.72 のノードは、西側と東側を最短距離で結ぶ経路上のノードであるため、連結して双方の電力が交流することによって媒介中心性が大きく上昇する。そのため $z = 1.2$ では先に No.36, 73 が故障してネットワークが分断されたことによって No.72 が故障しなかった一方で、 $z = 1.5$ では No.36, 73 が耐久したことによってネットワークが分断されなかった。結果として $t = 3$ で No.72 に対して強い負荷がかかり故障した。 $t = 3$ における No.36, 72 の故障によって、 $t = 4$ で No.71 が故障し、さらに No.69, 70 は発電所とのつながりを失って電力が供給されなくなった。反対に $z = 1.2$ の場合は、 $t = 2$ で実験終了となったのでそれ以上の故障は発生しなかった。これによって $G(1.2) > G(1.5)$ という状況が発生した。

4.2.2 他のノードへの攻撃

他のノードの破壊を考える。まずは媒介中心性の高い No.41, 43, 45, 129 のノードについての $G(z)$ を図 4.12 に示した。No.43, 129 の破壊に関しては No.42 の破壊とそれほどグラフの形状は変わらないが、No.45, 41 の破壊に関しては比較的小さい z であっても $G(z)$ は高い値であった。

$z = 1.6$ で固定したとき、各ノードの破壊による $G(1.6)$ の違いをみていく。まずは発電所のノード群 (No.0~28) を考える。発電所を攻撃した際に連鎖的故障が発生するのは No.11~15 の 5 つのみであり、全て紀伊半島南部の水力発電所である。この地区の構造は、各発電所が電流媒介しているというものである (図 4.14)。他の発電所は、ほとんどがネットワークの端のノードであり電流を媒介しえないので、破壊しても他の頂点の容量オーバーにはつながらない。また、送電ロスなしの仮定によって各発電所の電力供給能力は無限大であるため、1 つの発電所が破壊されても他の発電所から電力を供給することが可能であるので、周辺の停電にはつながりにくい。なお、No.11~No.15 の破壊による故障の影響は全て紀伊半島南部の 6 ノード間のみでとどまってお

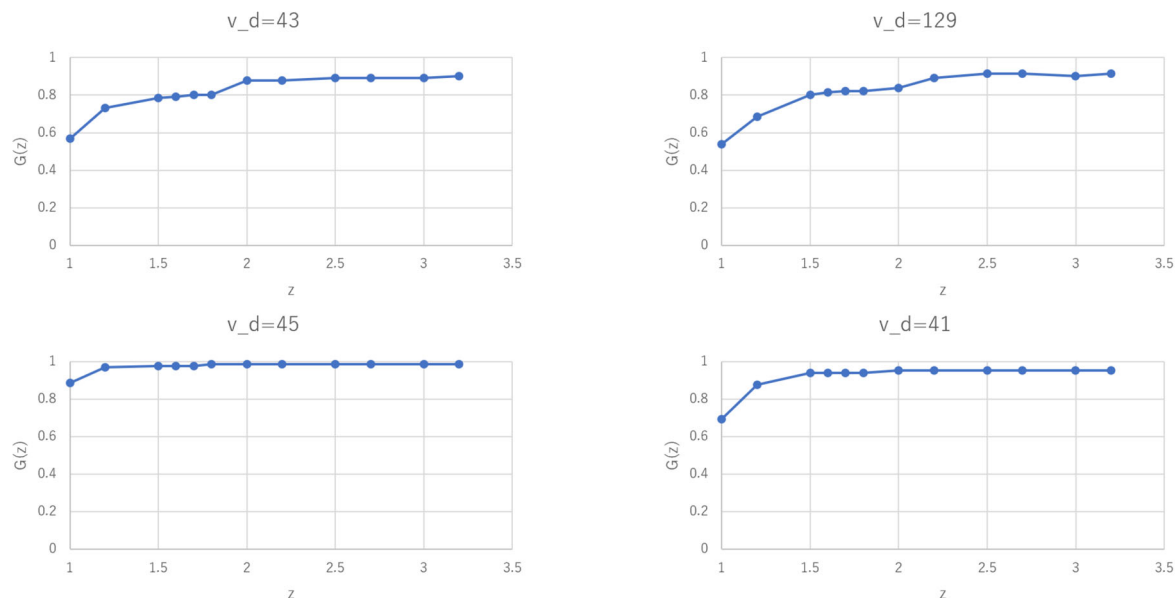


図 4.12 媒介中心性の上位のノードを破壊時の $G(z)$ 。

り、他の地域に対する影響は皆無であった。

次に大規模変電所等のノード群 (No.29~49) を考える。これら 21 ノードのうち連鎖的な故障が発生したのは約半分の 11 ノードであった。このうち 8 ノードは 1 回の連鎖的な故障のみで終了し、複数回の連鎖的な故障が発生したのは No.35(2 回), No.42(4 回), No.43(2 回) の 3 ノードのみであった。

小規模変電所等のノード群 (No.50~129) で連鎖的な故障を引き起こすノードは 80 ノード中わずか 9 ノードのみであり、いずれも 1 回の連鎖的な故障で終了した。そのうち 6 ノードは 1 つのノードが故障したのみであり、複数個のノードが故障したケースは No.72(3 個), No.90(5 個), No.129(11 個) の 3 ノードのみであった。

合計すると、破壊されることによって連鎖的な故障を引き起こすノードは 130 個中 25 個であり、全体の 2 割よりも低い数である。しかもそれらのうちの大半は 1~2 個の連鎖的な故障を引き起こすのみであり、大規模な連鎖的な故障を引き起こすノードはかなり少ないことがわかる。これはスケールフリー・ネットワークの持つ、ランダム・ネットワークと比べて偶発的な故障に強く選択的攻撃には弱いという性質をよく表している。

図 4.13 は $G(1.6)$ の分布を表している。 $G(1.6)$ の最小値は No.42 破壊時の

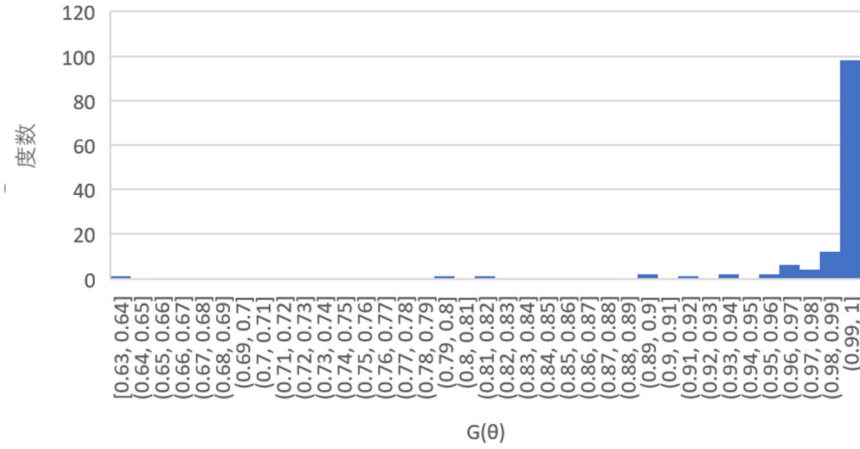


図 4.13 $G(1.6)$ の分布

0.631(=82/130) であり，最頻値は 0.992(=129/130, 要素数 98) であった。このグラフより，ネットワークに偶発的に故障が 1 ノードのみに発生した場合，ほとんどが全体の 5% 未満の故障で済むことが分かる。逆に全体の 10% を超える故障が発生するのはごく稀である (3/130 の確率)。

4.2.3 連鎖的攻撃

連鎖的破壊を考える。すなわち最初の破壊による停電の波及が終了した後，再び攻撃者がノードを破壊できる状況を考える。 $V_d = \{42\}$ とする。 $z = 1.6$ のとき，停電の波及が終了した後のネットワークは図 4.9 右であり，この時点で最も媒介中心性の高いノードは No.55 であるので，No.55 のノードを破壊する。シミュレーションの結果，No.55 の破壊によって連鎖的に故障するノードはなかった。図 4.9 で 2 番目に媒介中心性の高かった No.122 を破壊しても同様であった。

次々にノードを破壊してもそれ以上故障が起こらない原因は，最初のノード破壊における最終状態の時点で，既に生存ノードは安定しているからだと考えられる。平常状態において多くのノードは媒介中心性 b_i は 100 を上回っているため，容量 c_i も当然 100 を上回っている。一方で No.42 破壊後の最終状態では多くのノードの媒介中心性 b_i^4 は 100 を下回っている。そのためカスケード故障によって分裂したネットワークでは容量に対して既に電流の通過量が少ないため，そこからハブを取り除こうと元々の巨大なネットワークを基準にして計算された容量を超えることは考えにくい。

4.3 IRs のシミュレーション

4.3.1 IRs のシミュレーション (発電所)

3.2 節で紹介した, カスケード故障の防御モデルである IRs(意図的除去)を導入する。3.2 節で紹介した 4 つの除去の優先順位のうち, 今回は $\Delta_i (= b_i - g_i)$ が小さいノードから除去する方法をとる。3.3 節の仮定より, 130 個のノードのうち No.29~No.129 の 101 ノードは発電能力を持たないのでそれらのノードについて $g_i = 0$ が成立する。一方で発電能力を有する No.0~No.28 の 29 ノードはほとんどがネットワークの端に位置しており他のノード間の電流の流れを媒介しないので b_i は小さい。そのため IRs において真っ先に除去されるノード, すなわち Δ_i が小さいノードは発電所が該当する。

Δ_i の小さい発電所を表 4.2 に示した。ここで, No.11~No.15 が位置する紀伊半島南部の発電所群について, 構造上 No.15 を除去は No.11~14 の除去よりも多大な効果が得られるのは明らかであるので, この Δ_i の計算において 4 ノードの除去は No.15 の除去で置き換えた。

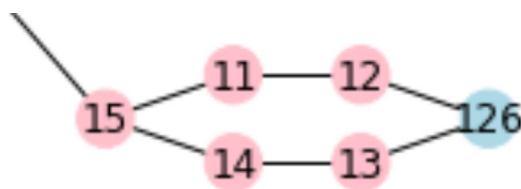


図 4.14 紀伊半島南部のネットワーク。No.15 のみ他の地域とつながっている。

表 4.2 Δ_i の上位 6 ノード

順位	番号	発電所名	Δ_i	b_i	g_i
1 位	No.12	小森発電所	-858.5	14.5	873
1 位	No.13	十津川第二発電所	-858.5	14.5	873
3 位	No.21	新港島発電所	-774	0	774
4 位	No.17	泉北発電所	-760	0	760
5 位	No.28	赤穂発電所	-747	0	747
6 位	No.1	奥多々良木発電所	-663	0	663

前提として $z = 1.6$ とし，攻撃者は媒介中心性の最も高いノードである No.42 を破壊するとする。No.42 の破壊と同時に IRs が実行され指定されたノードが除去されるとする。

発電所を 1 つ破壊 ($f = 0.008$) したときの $G = N'/130$ の値の変化を表 4.3 に示した。いずれのノードの除去でも G の値は $0.623 \sim 0.669$ (N' は $81 \sim 87$) に収まった。表 4.2 と表 4.3 を比べると必ずしも Δ_i の小さいノードが G を増やすとは限らないことが分かる。実際に Δ_i と G の相関係数は 0.03 とほとんど相関関係はみられなかった (図 4.15)。

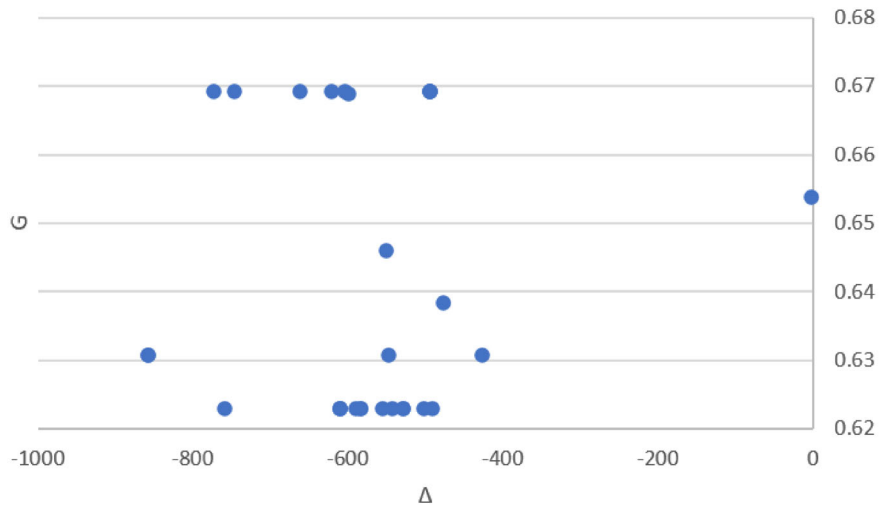


図 4.15 $f = 0.008$ における Δ_i と G の相関

表 4.3 発電所の IRs による G の値 (IRs 非導入時は $G = 82/130 = 0.631$)

N'	G	該当ノード番号
87	0.669	0, 1, 2, 3, 4, 21, 26, 27, 28
85	0.654	15
84	0.646	8
83	0.638	18
82	0.631	5, 9
81	0.623	6, 7, 10, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 24, 25

このことについて Motter のシミュレーションと大きく乖離している原因としては，

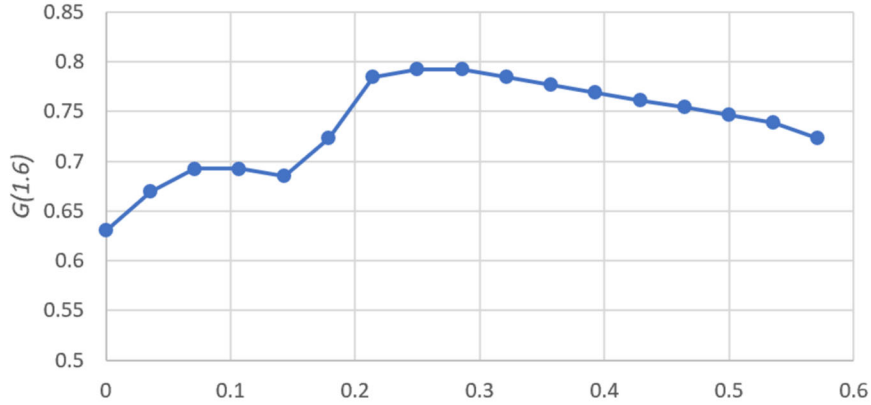


図 4.16 発電所の IRs における G の変化 (横軸は破壊した発電所の割合であることに注意)

本研究では特に 3.3 節で導入した特殊な媒介中心性の計算に基づいていることが挙げられる。Motter のシミュレーションではすべてのノードが発電所兼消費者の役割を担っているのに対して、本研究ではそういったノードは全体の 2 割余りしか存在しない。

次に複数の発電所の除去を考える。除去する発電所の個数を θ とすると、調べる場合の数は $R(\theta) = 29!/(29-\theta)!(\theta)!$ で表されるので、 $R(3) = 3,654$, $R(4) = 23,751$ と発電所の除去数の増加に対して膨大な作業が必要となる。これを効率的にこなすために次のルールを導入する。

$\theta = 2$ までは全組み合わせについて調べる。 $\theta = 3$ の除去する発電所の選択について、 $\theta = 2$ において G を最大化させる 2 つにノードに 1 つ追加するものとする。つまり残りの 27 ノードのうち、 $\theta = 2$ のときの 2 つのノードと組み合わせた時に G を最大化させるノードを $R(2)$ で除去するノード群に追加して、 $R(3)$ で除去するノード群とする。 $\theta = 4$ においても $\theta = 3$ での 3 つのノードと組み合わせた時に G を最大化させるノードを選択する。 $\theta = 5$ 以降でも同様の手順をとる。この方法では全ての組み合わせについて調べていないため、選択されたノードの組み合わせが必ずしも G を最大化させるものとは限らない点に注意が必要である。

この方法によって調べた IRs の効果が図 4.16 である。ここで図 4.16 の横軸は f ではなく、除去した発電所の割合 ($\theta/29$) であることに注意されたい。発電所の除去割合が 0.241 から 0.276 ($\theta=7$ or 8) のときに $G=0.792$ ($N' = 103$) と最大となった。なお $\theta = 2$ の際の除去ノードの組み合わせは No.1 と 15 であり、単独で最大の効果 ($N' = 87$) の

あるノード同士ではなかった。

この結果は全体の約 1/4 の発電所を除去してもむしろ生存ノードの個数が最大化することはを意味するが、本研究では発電所の供給能力は無限大であり、また送電ロスも生じないので多くの発電所を除去しても変電所の消費者にはそれほど影響はないと考えられる。

4.3.2 IRs のシミュレーション (変電所)

次に変電所の IRs を考える。条件は発電所のときと同様に、 $z = 1.6$ において No.42 の破壊を防御することを考える。しかし、変電所の場合は IRs の意義が発電所の場合と異なる。発電所の場合は電流の総量を抑えることによる防御を目的としたのに対して、変電所の場合はそれ自体は電流を生成しないため連鎖的故障の波及路の遮断による防御が目的となる。

1 つの変電所の除去を考える。このとき、最も効果が高かったのは No.38 の除去であり $G = 0.785(N' = 102)$ となった。次点で No.41 の除去で $G = 0.738(N' = 96)$ であった。逆に最も効果がなかったのは No.35 の除去で $G = 0.554(N' = 72)$ となり、むしろ逆効果となった。また、± 6 以上の除去の効果があったのは 101 ノード中 9 ノードのみであり No.42 近辺の媒介中心性の高いノードがほとんどであった (表 4.4)。

表 4.4 変電所の IRs による G の値 (IRs 非導入時は $G = 82/130 = 0.631$)

N'	G	該当ノード番号	施設名
102	0.785	38	京北開閉所
96	0.738	41	南京都変電所
89	0.685	45	金剛変電所
88	0.677	129	宝塚開閉所
76	0.584	32	新綾部変電所
75	0.577	34, 43	北摂変電所, 信貴変電所
73	0.562	37	西京都変電所
72	0.554	35	猪名川変電所

No.38 と No.41 の除去が有効である理由について考える。図 4.17 は No.42 を除いたネットワークを Girvan-Newman 法に基づいて 2 つのコミュニティに分割した図で

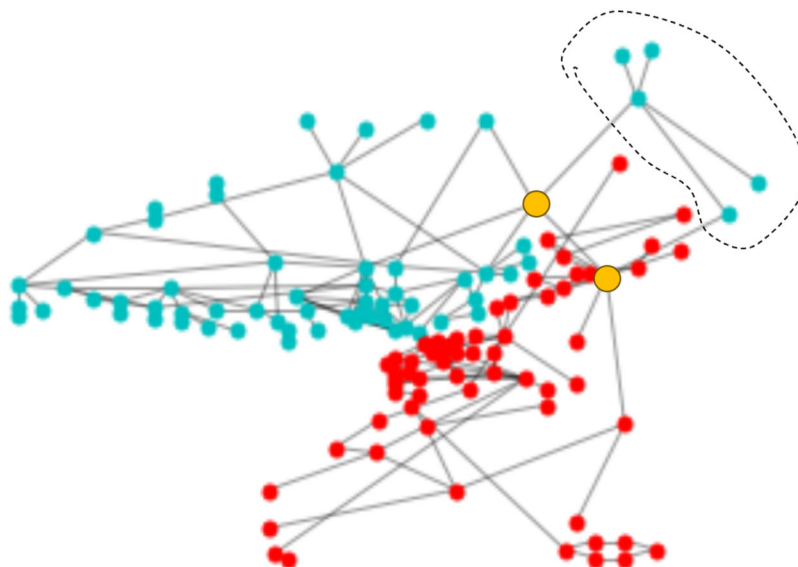


図 4.17 No.42 を除いたネットワーク (黄点は北西側が No.38, 南東側が No.41)

ある。No.42 が破壊された状態において、敦賀付近 (図 4.17 における点線部分) を除く水色 (北西側) のコミュニティから赤色 (南東側) のコミュニティに行くには、必ず No.38 か No.41 の両方を通過しなければならない。言い換えると、No.38 か No.41 の片方でも除去されるとネットワークは北西側と南東側の大きく 2 つに分割される (ただし敦賀付近の 5 ノードについてはどちらを破壊するかによって属するコミュニティが異なる)。前節でも説明したように、ネットワークが分割されると、それぞれの分割先のネットワークではもとよりも電流量が少ないため、容量オーバーによるノードの故障が起こりにくくなる。そのため G の値も他のノードの破壊のときと比べて大きくなる。

ノードの除去を組み合わせるとさらに効果を発揮する組み合わせも存在する。例えば No.41 と No.15 の 2 つを除去すると $G = 0.854(N' = 111)$ となり電気の通らないノード数を非導入時と比べて 4 割未満に抑えることが可能となる。一方で No.38 と No.15 の組み合わせの場合は $G = 0.769(N' = 100)$ となり、上の組み合わせと比べるとそれほど効率的ではないことがわかる。もっとも No.41 と No.15 の除去の組み合わせが最善とは限らないが、2 つのノードの除去の組み合わせだけでも 8,256 通り存在するため (3 つの場合は 349,504 通り)、すべての組み合わせを調べることは今回は省略

する。

この IRs の導入は、防御者視点で考えると連鎖的故障の防御の手段であるが、複数ノードの同時破壊という攻撃者視点で考えることも可能である。No.42 と追加で 1 つのノードの同時破壊を考えると、IRs とは逆に No.42 と No.35 の破壊によって最も効率的に広範囲で停電を起こすことが可能である。単独の破壊による $G(1.6)$ の値の小ささが 2 位である No.43 との組み合わせよりも No.37 や No.35(同ランキング 4 位, 5 位)の方が若干ではあるが停電の効果が高い一方で、同ランキング 3 位の No.129 との組み合わせではむしろ停電の効果は減少している。

このようにノードの同時破壊は、単独で多くのノードを停電させることのできるノードと組み合わせると、さらにより多くのノードを停電させることが可能となる傾向はあるものの、そういったノードの中にはむしろ組み合わせると停電の効果を減少させるものも存在する。

4.3.3 IRs の指標と $G(z)$ の相関

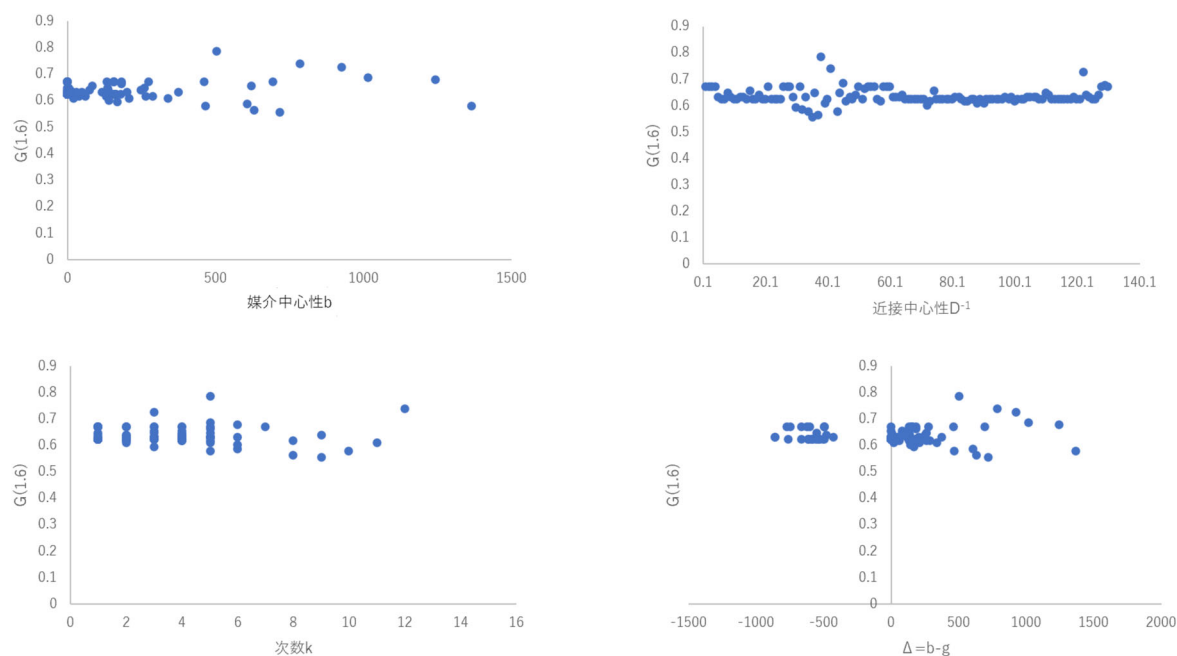


図 4.18 IRs の指標とそのノードを除去した際の $G(1.6)$ の相関

3.2 節で紹介した Motter のシミュレーションでは $\Delta_i, b_i, \overline{D_i}^{-1}, \kappa_i$ のどれに基づいて除去するノードを選択しても $\tilde{G}(z)$ はほとんど変わらないという結果が得られた。

図 4.18 は $z = 1.6, V_d = \{42\}$ において, IRs の指標とそのノードを除去した際の $G(1.6)$ の相関である。相関係数はそれぞれ媒介中心性 b_i が 0.187, 近接中心性 $\overline{D_i}^{-1}$ が -0.057, 次数 k_i が -0.172, Δ_i が -0.050 であり, いずれもほとんど相関はない。

Motter-Lai モデルの場合, 電流の流れに貢献せずに多くの電流を生成するノード (Δ_i が小さい) を除去することによって, 最大連結成分のノード数を増やすことが IRs の本質であった。一方で再定義した Motter-Lai モデルでは, 故障の波及路を遮断することによって, 最大連結成分の大きさに関わらず発電所と連結しているノード数を増やすことが IRs の本質となっている。

5 おわりに

本研究では、関西地区における電力網ネットワークの構造について、コミュニティ構造やカスケード故障の起こりやすさといった観点から分析した。

関西の電力網ネットワークの特徴としては、右に裾の広い次数分布が挙げられる。この次数分布より、電力網ネットワークはべき則に従っており、べき指数値は $\gamma = 2.03$ とかなりスケールフリー性の強いことがわかった。しかし、平均距離という視点から考えると期待される超スモールワールド性は見られず、さらにランダム・ネットワークと考えた時の理論値よりも大きい値となった。この要因としては、電力網ネットワークは作成時に地理的距離の制約を受けることが考えられる。たとえばハブのノードの作成を計画しても、せいぜい地理的に距離の近いノードを結ぶことしかできない。そういった制約の中で $\gamma = 2.03$ という値が得られたのは、 $N = 130$ という比較的小さいノード数であったためだと考えられる。

コミュニティ分析では、関西地区の電力網ネットワークを構造的に5分割した際にいくつかの県境についてコミュニティの境目と概ね一致しているという興味深い結果が得られた。このことは関西電力という1つの会社の中でも各府県の支社で明確に管轄する送電線が分かれている可能性が考えられる。

カスケード故障の理論を用いた分析では、修正した媒介中心性の高いいくつかのノードは破壊することで非常に大きな連鎖的故障を引き起こす一方で、その他の多くのノードは破壊してもほとんど影響がないという結果が得られた。この結果より、電力ネットワークはスケールフリー的な性質を持っており、ランダムな故障には強いが選択的攻撃には脆弱であることが明らかとなった。また各施設の耐久性もただ一概に増やせば良いというわけではなく、一定の状況下では耐久値を増加させることでむしろより故障が伝播する可能性もあることも明らかとなった。

大規模な故障の連鎖を防御する方法として IRs を導入した分析では、Motter のシミュレーションとは大きく乖離した結果となった。Motter のシミュレーションは、導入した4つの指標のどれを用いてもほとんど結論は変わらず、媒介中心性の低いノードを除去することによって $\tilde{G}(z)$ の値を大きくすることが可能であったが、本研究では、4.3.3 節で示したように4つの指標と $G(z)$ に相関はなく、一部の媒介中心性の高

いノードを除去してネットワークを分割させるによって、各ノードへの負荷を減少させて故障の影響を小さくすることができることが明らかとなった。Motter のシミュレーションと乖離した結果となった要因としては、本研究で用いた媒介中心性が、発電所を起点とする最短経路のみを考えるという点で特殊な計算方法であったこと、本ネットワークが $N = 130$ と少ないノード数であったこと、 $G(z)$ という指標の定義を最大連結成分の大きさから発電所とつながっているノード数に変えたことが考えられる。このため、4.3 節で示した IRs の効果は指標 Δ_i や b_i とはほとんど無関係であり、 $G(z)$ の再定義により IRs の意味も、電流の総量を抑えてネットワークの分断を抑えるというよりもむしろ積極的にネットワークを分断して電流の総量を抑えることが目的となっている。

本研究では、電流の生成という面で媒介中心性を再定義し、より現実のネットワークに近い分析を行った。しかし例えば送電ロスをゼロと仮定したりというように、工学的な要素を排除して分析を行ったため、単純な位相的な構造分析にとどまった。もちろんそれらの要素の導入はモデルの複雑化も伴うが、より正確な分析が可能になるだろう。また、IRs についても今回はノードの除去のみを考慮したが、リンクの IRs についても Motter は同じ論文 [3] でシミュレーションを行っている。その他にもコミュニティ分割に際して、モジュラリティを最大化させるアルゴリズムである貪欲法や Louvain 法を用いると果たして同じ分割は得られるのか、といったことも課題である。

さらには関西電力の管轄範囲にとどまらず、日本全国の送電線系統についてネットワーク分析を行うことも一考の価値のある課題である。例えば都心付近のある一か所のノードの故障が思いもよらない地方のノードの故障につながるかもしれない。そういった範囲の広げた分析も行う必要性があるだろう。

6 補論

6.1 次数分布のモーメント

本節ではスケールフリー・ネットワークの次数分布のモーメントを導出する。次数分布のモーメントは、以下の式で定義される。

$$\langle k^n \rangle = \sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} k^n p_k \quad (6.1)$$

スケールフリー・ネットワークの次数分布は (2.18) 式なので、これを代入して連続近似を行うと、

$$\langle k^n \rangle = \int_{k_{min}}^{k_{max}} k^n a k^{-\gamma} dk = a \frac{k_{max}^{n-\gamma+1} - k_{min}^{n-\gamma+1}}{n - \gamma + 1} \quad (6.2)$$

となる。

(6.2) 式の右辺について考える。ネットワークが大きくなる、すなわち k_{max} が大きくなるにつれて、 $n - \gamma + 1 > 0$ のときは (6.2) 式の $k_{max}^{n-\gamma+1}$ は発散するのでモーメントは存在しない。一方で $n - \gamma + 1 \leq 0$ のときは $k_{max}^{n-\gamma+1}$ は収束するのでモーメントは存在する。すなわちべき指数 γ に対して、 $\gamma - 1$ 次よりも高次のモーメントは発散するが、 $\gamma - 1$ 次以下のモーメントは有限となり存在する。

6.2 モジュラリティの計算

まず、多重リンクと自己ループを禁じた次数保存ランダム化 [35] されたネットワークを考える。次数保存ランダム化モデルでは、次数分布を固定してそれに基づいてランダムにリンクを張り直すことを考える。各ノードの次数の値に基づいてランダムにネットワークを張るとき、次数 k_i と k_j のノードがつながる確率は、

$$p_{ij} = \frac{k_i k_j}{2L} \quad (6.3)$$

で表される。ネットワーク全体のモジュラリティ M は各コミュニティのモジュラリティ M_c の総和で表されるので、(2.22) 式の右辺の p_{ij} について、(6.3) 式を用いると M

は,

$$M = \frac{1}{2L} \sum_{i,j=1}^N (B_{ij} - \frac{k_i k_j}{2L}) \delta_{C_i, C_j} \quad (6.4)$$

と書ける。ここで δ はクロネッカーのデルタであり,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (6.5)$$

で定義される。また, C_i, C_j はノード i, j が属するコミュニティの番号であるので, クロネッカーのデルタの部分は, ノード i とノード j が同じコミュニティに属するときのみを考えればよいことを表している。(6.4) 式の第 1 項について, 各コミュニティ C_c 内の実際のリンク B_{ij} の総和で表すことが可能であり, さらにコミュニティ C_c 内の B_{ij} の和は, コミュニティ内のリンク数 L_c の 2 倍である (各リンクが 2 回カウントされるため) ので,

$$\frac{1}{2L} \sum_{i,j=1}^N B_{ij} \delta_{C_i, C_j} = \sum_{c=1}^{n_c} \frac{1}{2L} \sum_{(i,j) \in C_c} B_{ij} = \sum_{c=1}^{n_c} \frac{L_c}{L} \quad (6.6)$$

となる。同様に (6.4) 式の第 2 項は,

$$\frac{1}{2L} \sum_{i,j=1}^N \frac{k_i k_j}{2L} \delta_{C_i, C_j} = \sum_{c=1}^{n_c} \frac{1}{(2L)^2} \sum_{(i,j) \in C_c} k_i k_j = \sum_{c=1}^{n_c} \frac{k_c^2}{4L^2} \quad (6.7)$$

で表される。ここで k_c はコミュニティ C_c 内のノードの総次数である。(6.6) 式, (6.7) 式より, (2.23) 式が得られる。

6.3 IRs における指標の相関

本節では 3.2 節で導入した IRs において, $\Delta_i, b_i, \overline{D_i}^{-1}, \kappa_i$ の 4 つが正の相関があることを証明する。

6.3.1 b_i, κ_i の相関

まずは媒介中心性 b_i と次数 κ_i の相関を示す。本節では成長しないスケールフリー・ネットワークモデルとして隠れ変数モデルの一種である Goh モデル [33] を考える。

このモデルは成長しないのでノード数 N を初めに固定する。各ノードに対してそれぞれ番号 $i (i = 1, \dots, N)$ を割り当て、各ノードの重みを $w_i = i^{-\alpha} (0 < \alpha < 1)$ とする。次に N 個のノードから w_i に基づいて 2 つのノードを選び、2 点間にリンクを結ぶ。このときノード v_i が選ばれる確率は、

$$p_i \sim i^{-\alpha} \quad (6.8)$$

となる。この作業をネットワークが任意の平均次数となるまで繰り返す。ただし選んだノード間に既にリンクが張られている場合はノードを選択し直す。 N が十分大きい時には、選んだ 2 点間に既にリンクが張られている確率は無視できるほど小さいので、結局 v_i の次数は p_i に比例することから、

$$k_i \sim i^{-\alpha} \quad (6.9)$$

となる。

ここで横軸に次数の対数を、縦軸に次数の順位の対数をとったグラフにプロットすると、次数 k のノードの順位が r であるとき、次数が k 以上のノードの数の割合は r/N となる。すなわちこのグラフは次数の累積分布 (次数が k 以上となるノードの割合) と等価である [6]。連続近似を用いると、任意のべき則に従う次数分布 $p(k) = ak^{-\gamma}$ の累積分布 $P(k)$ について、

$$P(k) = \int_k^{\infty} p(k') dk' = \frac{a}{\gamma-1} k^{-(\gamma-1)} \sim k^{-(\gamma-1)} \quad (6.10)$$

となる。(6.10) 式は、累積分布におけるべき数の絶対値に 1 を足せば次数分布のべき数となるを示している。先ほど定義した順位と次数を対数プロットしたグラフにおいて、任意の 2 点 $(x_1^{-\alpha}, x_1), (x_2^{-\alpha}, x_2)$ の傾き (対数プロットしてあるのでべき数にあたる) は、

$$\frac{\ln x_1 - \ln x_2}{-(\alpha \ln x_1 - \alpha \ln x_2)} = -\frac{1}{\alpha} \quad (6.11)$$

となるので、これと (6.10) 式より Goh モデルの次数分布 $p(k)$ について、

$$p(k) \sim k^{-(1+\frac{1}{\alpha})} \quad (6.12)$$

が成立する ($\gamma = 1 + 1/\alpha$)。

Goh モデルにおける媒介中心性 b_i の分布 $p_b(b)$ についてはシミュレーションにより,

$$b_i \sim i^{-\beta} \quad (6.13)$$

となり, $2 < \gamma \leq 3$ のとき数値的な計算結果より $\beta = 0.80$ が得られた。さらに次数分布と同様にして, 媒介中心性の分布は,

$$p_b(b) \sim b^{-(1+\frac{1}{\beta})} = b^{-\eta} \quad (6.14)$$

で表される。ここで $\eta = 1 + 1/\beta \doteq 2.2$ である。(6.9)~(6.14) 式より, 媒介中心性と次数について,

$$b_i \sim k_i^{\frac{\gamma-1}{\eta-1}} \quad (6.15)$$

が成立する。ここで, $\xi = \frac{\gamma-1}{\eta-1}$ とおくと,

$$b_i \sim k_i^{\xi} \quad (6.16)$$

となり, $\gamma = 3, \eta \doteq 2.2$ のとき $\xi > 1$ なので, 媒介中心性 b_i と次数 κ_i は正の相関があることが証明された。

6.3.2 $\overline{D}_i^{-1}, \kappa_i$ の相関

次に近接中心性 $\overline{D}_i^{-1}$ と次数 κ_i の相関を示す [36]。本節では, 多重リンクと自己ループを禁じた次数保存ランダム化 [35] されたスケールフリーネットワークを考える。

確率母関数 [37] を導入する。確率母関数は,

$$G_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k x^k \quad (6.17)$$

で定義する。この節における $G(x)$ は, 第3章で定義した生存ノードの割合を表す $G(z)$ とは無関係である。 p_k は次数分布を表し, また $-1 \leq x \leq 1$ とする。この確率母関数を x で微分すると,

$$G'_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k x^{k-1} \quad (6.18)$$

となり，これに $x = 1$ を代入すると確率母関数の重要な性質である，

$$G'_0(1) = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k = y \quad (6.19)$$

が得られる。ここで y は平均次数を表す。

ここでランダムでリンクを 1 つ選択した際に，それにつながるノードの次数は $k p_k$ に比例するので，その次数分布 q_k は，

$$q_k = \frac{k p_k}{\sum_k k p_k} \quad (6.20)$$

となる。(6.20) 式の分母は規格化定数である。この次数分布 q_k に対応する確率母関数は (6.17)～(6.20) 式より，

$$\sum_k q_k x^k = \frac{\sum_k k p_k x^k}{\sum_k k p_k} = \frac{x G'_0(x)}{G'_0(1)} \quad (6.21)$$

となる。次にランダムでノードを 1 つ選び，それを v_i とする。その隣接ノード v_j について，辿ってきたリンク (i, j) を除く次数分布に対応する確率母関数を考えると，(6.21) 式から除外したリンク (i, j) を考慮して x を 1 乗分だけ減らせばよいので，隣接ノードの確率母関数 $G_1(x)$ は，

$$G_1(x) = \frac{G'_0(x)}{G'_0(1)} \quad (6.22)$$

と定義される。これを用いてノード v_i の 2 つ隣のノード数に対応する確率母関数を考える。 $G_1(x)$ を (6.17) 式に代入すると，

$$\sum_k p_k [G_1(x)]^k = G_0(G_1(x)) \quad (6.23)$$

となる。3 つ隣のノード数に対応する確率母関数は，

$$\sum_k p_k [G_0(G_1(x))]^k = G_0(G_1(G_1(x))) \quad (6.24)$$

となる。これを一般化すると s 個隣にあるノード数に対応する確率母関数は，

$$G^{(s)}(x) = \begin{cases} G_0(x) & (s = 1) \\ G^{(s-1)}(G_1(x)) & (s \geq 2) \end{cases} \quad (6.25)$$

で表される。

y_s を s 個隣にあるノードの数とする。ただし $y_1 = y$ とする。このとき y_2 について,

$$y_2 = G'^{(2)}(1) = G'_1(1)G'_0(1) = G'_1(1)y_1 \quad (6.26)$$

が成立する。(6.22), (6.26) 式より, y_s は $s \geq 2$ のとき,

$$y_s = G'^{(s)}(1) = G'_1(1)G'^{(s-1)}(G_1(1)) = \frac{y_2}{y_1}y_{s-1} \quad (6.27)$$

と漸化式で表される。この漸化式の初期条件は (6.19) 式なので, (6.27) 式は,

$$y_s = y_1 \left[\frac{y_2}{y_1} \right]^{s-1} \quad (6.28)$$

と書き直すことが可能である。

l をランダムに 2 点選んだ時の最短距離の長さの平均値とすると,

$$\sum_{s=1}^l y_s = N - 1 \quad (6.29)$$

が成立する。これに (6.28) 式を代入し連続近似を用いると,

$$l \approx \frac{\ln [(N-1)(y_2 - y_1) + y_1^2] - \ln y_1^2}{\ln (y_2/y_1)} \quad (6.30)$$

となり, さらに $N \gg y_1, y_2 \gg y_1$ とすると,

$$l \approx \frac{\ln (N/y_1)}{\ln (y_2/y_1)} + 1 \quad (6.31)$$

と近似できる。

ここで, 次数保存ランダム化モデルでは 1 次隣接ノード数と 2 次隣接ノード数の比が常に一定の定数となることを考えると, (6.31) 式の分母にある y_1 は変数ではないので, (6.31) 式について,

$$l \sim \ln (N/y_1) \quad (6.32)$$

となる。 y_1 はノードの次数 ($= \kappa_i$) を表すので, (6.32) 式より l と κ_i は負の相関があることがわかる。さらに, l は (2.9) 式で定義した平均距離 $\overline{D_i}$ と同じである。これにより, $\overline{D_i}^{-1}, \kappa_i$ の正の相関が示された。

6.3.3 g_i と $\overline{D}_i^{-1}$ の相関

(3.4) 式より, g_i と $\overline{D}_i$ には正の相関があることがわかる。よって g_i と $\overline{D}_i^{-1}$ には負の相関がある。

これと, 6.3.1, 6.3.2 節の結果を合わせて, $\Delta_i, b_i, \overline{D}_i^{-1}, \kappa_i$ の 4 つが正の相関があることが示された。

7 謝辞

本論文の執筆にあたって, 同研究室の米澤君, 大原君にゼミ活動を通じて率直な意見やアドバイスを頂いたおかげで, より客観的に研究活動を行うことができた。また, 指導教官の小林照義教授には, 研究テーマのアイデアから論文の作成方法まで終始熱心なご指導や助言を頂き, その感謝は計り知れない。ここに深く感謝の意を申し上げる。

8 参考文献

- [1] Adam M Lewis, David Ward, Lukasz Cyra, and Naouma Kourti. European reference network for critical infrastructure protection. *International Journal of Critical Infrastructure Protection* 6(1) : 51–60, 2013.
- [2] Adilson E Motter and Ying-Cheng Lai. Cascade-based attacks on complex networks. *Physical Review E* 66(6) : 065102, 2002.
- [3] Adilson E. Motter. Cascade control and defense in complex networks. *Physical Review Letters* 93 : 098701, 2004.
- [4] Paolo Crucitti, Vito Latora, and Massimo Marchiori. Model for cascading failures in complex networks. *Physical Review E* 69 : 045104, 2004.
- [5] Hai-Peng Ren, Jihong Song, Rong Yang, Murilo S. Baptista, and Celso Grebogi. Cascade failure analysis of power grid using new load distribution law and node removal rule. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 442 : 239–251, 2016.
- [6] 増田直紀, 今野紀雄. 『複雑ネットワーク: 基礎から応用まで』. 近代科学社, 2010.
- [7] Romualdo Pastor-Satorras, Alexei Vázquez, and Alessandro Vespignani. Dynamical and correlation properties of the internet. *Physical Review Letters* 87(25) : 258701, 2001.
- [8] M. E. J. Newman. Assortative mixing in networks. *Physical Review Letters* 89 : 208701, 2002.
- [9] M. E. J. Newman. Mixing patterns in networks. *Physical Review E* 67 : 026126, 2003.
- [10] Miller McPherson, Lynn Smith-Lovin, and James M Cook. Birds of a feather: Homophily in social networks. *Annual Review of Sociology* 27(1) : 415–444, 2001.
- [11] Linton C Freeman, Douglas Roeder, and Robert R Mulholland. Centrality in social networks: Ii. experimental results. *Social Networks* 2(2) : 119–141, 1979.
- [12] Edgar N Gilbert. Random graphs. *The Annals of Mathematical Statistics* 30(4) : 1141–1144, 1959.

- [13] Charo I Del Genio, Thilo Gross, and Kevin E Bassler. All scale-free networks are sparse. *Physical Review Letters* 107(17) : 178701, 2011.
- [14] Béla Bollobás* and Oliver Riordan. The diameter of a scale-free random graph. *Combinatorica* 24(1) : 5–34, 2004.
- [15] Reuven Cohen and Shlomo Havlin. Scale-free networks are ultrasmall. *Physical Review Letters* 90(5) : 058701, 2003.
- [16] Albert-László Barabási and Réka Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science* 286(5439) : 509–512, 1999.
- [17] Sergey N Dorogovtsev, José Fernando F Mendes, and Alexander N Samukhin. Structure of growing networks with preferential linking. *Physical Review Letters* 85(21) : 4633, 2000.
- [18] Alain Barrat and Romualdo Pastor-Satorras. Rate equation approach for correlations in growing network models. *Physical Review E* 71 : 36127, 2005.
- [19] Santo Fortunato. Community detection in graphs. *Physics Reports* 486(3-5) : 75–174, 2010.
- [20] Wayne W Zachary. An information flow model for conflict and fission in small groups. *Journal of Anthropological Research* 33(4) : 452–473, 1977.
- [21] Luca Donetti and Miguel A Munoz. Detecting network communities: a new systematic and efficient algorithm. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* 2004(10) : 10012, 2004.
- [22] László Lovász. I - problems. *Combinatorial Problems and Exercises (Second Edition)* : 15–107, 1993.
- [23] Victor H Moll. *Numbers and functions: from a classical-experimental mathematician’s point of view* 65, 2012.
- [24] George Pólya, Gabor Szegő, et al. *Problems and Theorems in Analysis: Series, integral calculus, theory of functions.* 1972.
- [25] Mark EJ Newman and Michelle Girvan. Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E* 69(2) : 026113, 2004.
- [26] M.E. J. Newman. A measure of betweenness centrality based on random walks. *Social Networks* 27(1) : 39–54, 2005.

- [27] Ulrik Brandes. A faster algorithm for betweenness centrality*. *The Journal of Mathematical Sociology* 25(2) : 163–177, 2001.
- [28] Erzsébet Ravasz, Anna Lisa Somera, Dale A Mongru, Zoltán N Oltvai, and A-L Barabási. Hierarchical organization of modularity in metabolic networks. *Science* 297(5586) : 1551–1555, 2002.
- [29] Aaron Clauset, Mark EJ Newman, and Cristopher Moore. Finding community structure in very large networks. *Physical Review E* 70(6) : 066111, 2004.
- [30] Vincent D Blondel, Jean-Loup Guillaume, Renaud Lambiotte, and Etienne Lefebvre. Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: theory and experiment* 2008(10) : 10008, 2008.
- [31] 朝倉康夫, 日下部孝彦, 杉下佳辰. カスケード故障に対する意図的ノード除去による防御策の効果. 土木学会論文集 D3 (土木計画学) 72(5) : 781–792, 2016.
- [32] M. E. J. Newman. Scientific collaboration networks. ii. shortest paths, weighted networks, and centrality. *Physical Review E* 64 : 016132, 2001.
- [33] K.-I. Goh, B. Kahng, and D. Kim. Universal behavior of load distribution in scale-free networks. *Physical Review Letters* 87 : 278701, 2001.
- [34] Petter Holme and Beom Jun Kim. Vertex overload breakdown in evolving networks. *Physical Review E* 65 : 066109, 2002.
- [35] Sergei Maslov and Kim Sneppen. Specificity and stability in topology of protein networks. *Science* 296(5569) : 910–913, 2002.
- [36] M. E. J. Newman, S. H. Strogatz, and D. J. Watts. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications. *Physical Review E* 64 : 026118, 2001.
- [37] Herbert S. Wilf. Chapter 1 - introductory ideas and examples. In Herbert S. Wilf, editor, *Generatingfunctionology (Second Edition)*, 1994.

附録

附録として今回用いたデータのノードに対応する発電所，変電所，変換所，開閉所の名称と所在市町村，媒介中心性等を表 8.1～表 8.5 に示した。

表 8.1 発電所一覧 (No.0~28)

ラベル	名称	発電方式	所在市町村	媒介中心性 b_i	発電量 g_i
No.0	大河内発電所	水力	兵庫県神河町	0	600
No.1	奥多々良木発電所	水力	兵庫県朝来市	0	663
No.2	宮津発電所	火力	京都府宮津市	0	494
No.3	舞鶴発電所	火力	京都府舞鶴市	0	494
No.4	高浜発電所	原子力	福井県高浜町	0	494
No.5	大飯発電所	原子力	福井県おおい町	5.91	434
No.6	美浜発電所	原子力	福井県美浜町	0	529
No.7	敦賀発電所	原子力	福井県敦賀市	0	529
No.8	喜撰山発電所	水力	京都府宇治市	0	551
No.9	天ヶ瀬発電所	水力	京都府宇治市	0	549
No.10	奥吉野発電所	水力	奈良県十津川村	0	492
No.11	七色発電所	水力	和歌山県北山村	163.5	747
No.12	小森発電所	水力	和歌山県北山村	14.5	873
No.13	十津川第二発電所	水力	和歌山県新宮市	14.5	873
No.14	十津川第一発電所	水力	奈良県十津川村	163.5	873
No.15	池原発電所	水力	奈良県下北山村	622	623
No.16	御坊発電所	火力	和歌山県御坊市	0	556
No.17	泉北発電所	火力	大阪府高石市	0	760
No.18	堺港発電所	火力	大阪府堺市	0	477
No.19	南港発電所	火力	大阪府大阪市	0	543
No.20	神戸発電所	火力	兵庫県神戸市	0	590
No.21	新港島発電所	火力	兵庫県神戸市	0	774
No.22	加古川発電所	火力	兵庫県加古川市	0	611
No.23	高砂発電所	火力	兵庫県高砂市	0	611
No.24	高砂石炭発電所	火力	兵庫県高砂市	0	611
No.25	姫路第二発電所	火力	兵庫県姫路市	0	502
No.26	姫路第一発電所	火力	兵庫県姫路市	0	604
No.27	相生発電所	火力	兵庫県相生市	0	621
No.28	赤穂発電所	火力	兵庫県赤穂市	0	747

表 8.2 変電所一覧 1(No.29～58)

ラベル	名称	施設の種類	所在市町村	媒介中心性 b_i
No.29	山崎開閉所	500kV 開閉所	兵庫県宍粟市	116.86
No.30	大河内開閉所	500kV 開閉所	兵庫県神河町	169.75
No.31	奥多々良木変電所	500kV 変電所	兵庫県朝来市	156
No.32	新綾部変電所	500kV 変電所	京都府綾部市	607.58
No.33	西播変電所	500kV 変電所	兵庫県相生市	375.7
No.34	北摂変電所	500kV 変電所	兵庫県三田市	467.23
No.35	猪名川変電所	500kV 変電所	兵庫県猪名川町	717.48
No.36	能勢変電所	500kV 変電所	大阪府能勢町	135.27
No.37	西京都変電所	500kV 変電所	京都府京都市	630.02
No.38	京北開閉所	500kV 開閉所	京都府京都市	504.53
No.39	嶺南変電所	500kV 変電所	福井県美浜町	340.42
No.40	東近江開閉所	500kV 開閉所	滋賀県東近江市	179.86
No.41	南京都変電所	500kV 変電所	京都府宇治田原町	786.2
No.42	新生駒変電所	500kV 変電所	奈良県生駒市	1914.28
No.43	信貴変電所	500kV 変電所	大阪府柏原市	1365.16
No.44	東大和開閉所	500kV 開閉所	奈良県宇陀市	260.44
No.45	金剛変電所	500kV 変電所	大阪府河内長野市	1015.28
No.46	紀の川変電所	500kV 変電所	和歌山県紀の川市	60.13
No.47	由良開閉所	500kV 開閉所	和歌山県由良町	0
No.48	御坊変電所	500kV 変電所	和歌山県御坊市	156
No.49	紀北変換所	変換所	和歌山県かつらぎ町	138.48
No.50	姫路変電所	275kV 変電所	兵庫県姫路市	132.82
No.51	飾磨港変電所	275kV 変電所	兵庫県姫路市	0
No.52	姫路第一開閉所	275kV 開閉所	兵庫県姫路市	184
No.53	南姫路変電所	275kV 変電所	兵庫県姫路市	275.12
No.54	高砂変電所	275kV 変電所	兵庫県高砂市	462
No.55	新加古川変電所	275kV 変電所	兵庫県加古川市	694.95
No.56	東播変電所	275kV 変電所	兵庫県稲美町	0
No.57	西神戸変電所	275kV 変電所	兵庫県神戸市	132.31
No.58	神戸変電所	275kV 変電所	兵庫県神戸市	183

表 8.3 変電所一覧 2(No.59~88)

ラベル	名称	施設の種類「	所在市町村	媒介中心性 b_i
No.59	三宮変電所	275kV 変電所	兵庫県神戸市	156
No.60	新神戸変電所	275kV 変電所	兵庫県神戸市	158
No.61	有馬変電所	154kV 変電所	兵庫県西宮市	0.25
No.62	生瀬変電所	154kV 変電所	兵庫県西宮市	0.25
No.63	南大浜変電所	154kV 変電所	兵庫県尼崎市	0.25
No.64	伊丹変電所	275kV 変電所	兵庫県伊丹市	249
No.65	西宮変電所	154kV 変電所	兵庫県西宮市	0
No.66	御幣島変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.67	西島変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.68	神崎川変電所	154kV 変電所	兵庫県尼崎市	0
No.69	北豊中変電所	275kV 変電所	大阪府豊中市	0
No.70	下穂積変電所	275kV 変電所	大阪府吹田市	0
No.71	小曾根変電所	275kV 変電所	大阪府豊中市	0
No.72	西大阪変電所	275kV 変電所	大阪府箕面市	141.47
No.73	北大阪変電所	275kV 変電所	大阪府高槻市	38.64
No.74	淀川変電所	275kV 変電所	大阪府高槻市	83.38
No.75	新鳥飼変電所	154kV 変電所	大阪府摂津市	0
No.76	西三国変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.77	豊崎変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.78	円町変電所	154kV 変電所	京都府京都市	0
No.79	島原変電所	154kV 変電所	京都府京都市	0
No.80	向日町変電所	154kV 変電所	京都府京都市	0
No.81	蹴上変電所	154kV 変電所	京都府京都市	14.5
No.82	荒神口変電所	154kV 変電所	京都府京都市	14.5
No.83	洛南変電所	275kV 変電所	京都府京田辺市	0
No.84	喜撰山開閉所	275kV 開閉所	京都府宇治市	287.5
No.85	湖南変電所	275kV 変電所	滋賀県大津市	29
No.86	栗東変電所	275kV 変電所	滋賀県栗東市	0
No.87	甲賀変電所	275kV 変電所	滋賀県甲賀市	0
No.88	枚方変電所	275kV 変電所	大阪府交野市	20.25

表 8.4 変電所一覧 3(No.89~118)

ラベル	名称	施設の種類「	所在市町村	媒介中心性 b_i
No.89	寝屋川変電所	275kV 変電所	大阪府寝屋川市	0
No.90	東大阪変電所	275kV 変電所	大阪府大東市	209.5
No.91	高島変電所	154kV 変電所	滋賀県高島市	0
No.92	新八幡変電所	154kV 変電所	滋賀県近江八幡市	0
No.93	湖東変電所	275kV 変電所	滋賀県米原市	0
No.94	奈良変電所	154kV 変電所	奈良県奈良市	0
No.95	新奈良変電所	154kV 変電所	奈良県大和郡山市	0
No.96	勢野変電所	154kV 変電所	奈良県三郷町	0
No.97	堺港変電所	154kV 変電所	大阪府堺市	202.62
No.98	堺浜変電所	154kV 変電所	大阪府堺市	0
No.99	松屋変電所	154kV 変電所	大阪府堺市	14.66
No.100	敷津変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	264.17
No.101	テクノポート変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	163.5
No.102	本田変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.103	萩之茶屋変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.104	長曾根変電所	154kV 変電所	大阪府堺市	15.89
No.105	八尾変電所	154kV 変電所	大阪府八尾市	49.23
No.106	矢田変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	6
No.107	百済変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	6
No.108	猪飼野変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.109	高津変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.110	上本町変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	4
No.111	本町変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	9.75
No.112	新曾根崎変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.113	城見変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.114	空心町変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.115	野江変電所	154kV 変電所	大阪府大阪市	0
No.116	古川橋変電所	154kV 変電所	大阪府門真市	0
No.117	東意岐部変電所	154kV 変電所	大阪府東大阪市	0
No.118	中河内変電所	154kV 変電所	大阪府東大阪市	0

表 8.5 変電所一覧 4(No.119～128)

ラベル	名称	施設の種類「	所在市町村	媒介中心性 b_i
No.119	南河内変電所	275kV 変電所	大阪府富田林市	29.18
No.120	北葛城変電所	275kV 変電所	奈良県葛城市	0
No.121	泉北変電所	275kV 変電所	大阪府堺市	156
No.122	南大阪変電所	275kV 変電所	大阪府和泉市	927
No.123	泉南変電所	275kV 変電所	大阪府熊取町	9.49
No.124	多奈川変電所	275kV 変電所	大阪府岬町	9.64
No.125	海南港変電所	275kV 変電所	和歌山県海南市	0
No.126	新宮変電所	154kV 変電所	和歌山県新宮市	4
No.127	横大路変電所	154kV 変電所	京都府京都市	76
No.128	南赤穂変電所	275kV 変電所	兵庫県赤穂市	156
No.129	宝塚開閉所	275kV 開閉所	兵庫県猪名川町	1244.27